



# La Previsione del tempo atmosferico

dal paradigma deterministico  
a quello probabilistico

***Ten. Marcucci Francesca***

*Centro Nazionale Meteorologia e Climatologia Aeronautica*

*LA PREVISIONE DEL TEMPO NELL'IMMAGINARIO COMUNE...*

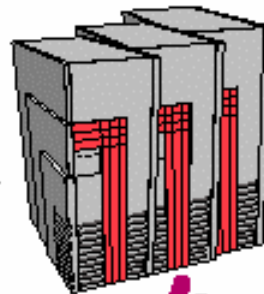


# Il tempo meteorologico

OBSERVATIONS



NUMERICAL MODEL



CUSTOMERS



HUMAN FORECASTER

# Cosa è un MODELLO?

- **modello**: tool per la simulazione (previsione) del comportamento di un sistema dinamico
  - euristico: basato sull'esperienza
  - empirico: previsione basata sul "comportamento passato"
  - concettuale: framework per la comprensione di processi fisici basato su un "physical reasoning"
  - analitico: soluzione esatta di eq. "semplificate" che descrivono il sistema
  - numerico: integrazione delle equazioni tramite metodi numerici (cond. Iniziali e al contorno)

## Cosa è Numerical Weather Prediction (NWP)?

- **NWP**: tecnica usata per ottenere una previsione oggettiva del tempo futuro (fino max 2 settimane) risolvendo un sistema di equazioni che descrivono l'evoluzione di variabili rappresentative dello stato presente dell'atmosfera

# La previsione: scienza e tecnologia

La previsione del tempo è un'aspirazione che accompagna l'uomo nella sua storia:

- Aristotele: “μετέωρολογία”, 350 a.C.
- Organizzazione di un sistema coordinato di stazioni di misura (Ferdinando II de' Medici, 1654) e possibilità di ottenere i dati osservati in “tempo reale” (invenzione del telegrafo, 1835)
- Problema successivo: come fare evolvere nel tempo lo stato del sistema atmosferico?



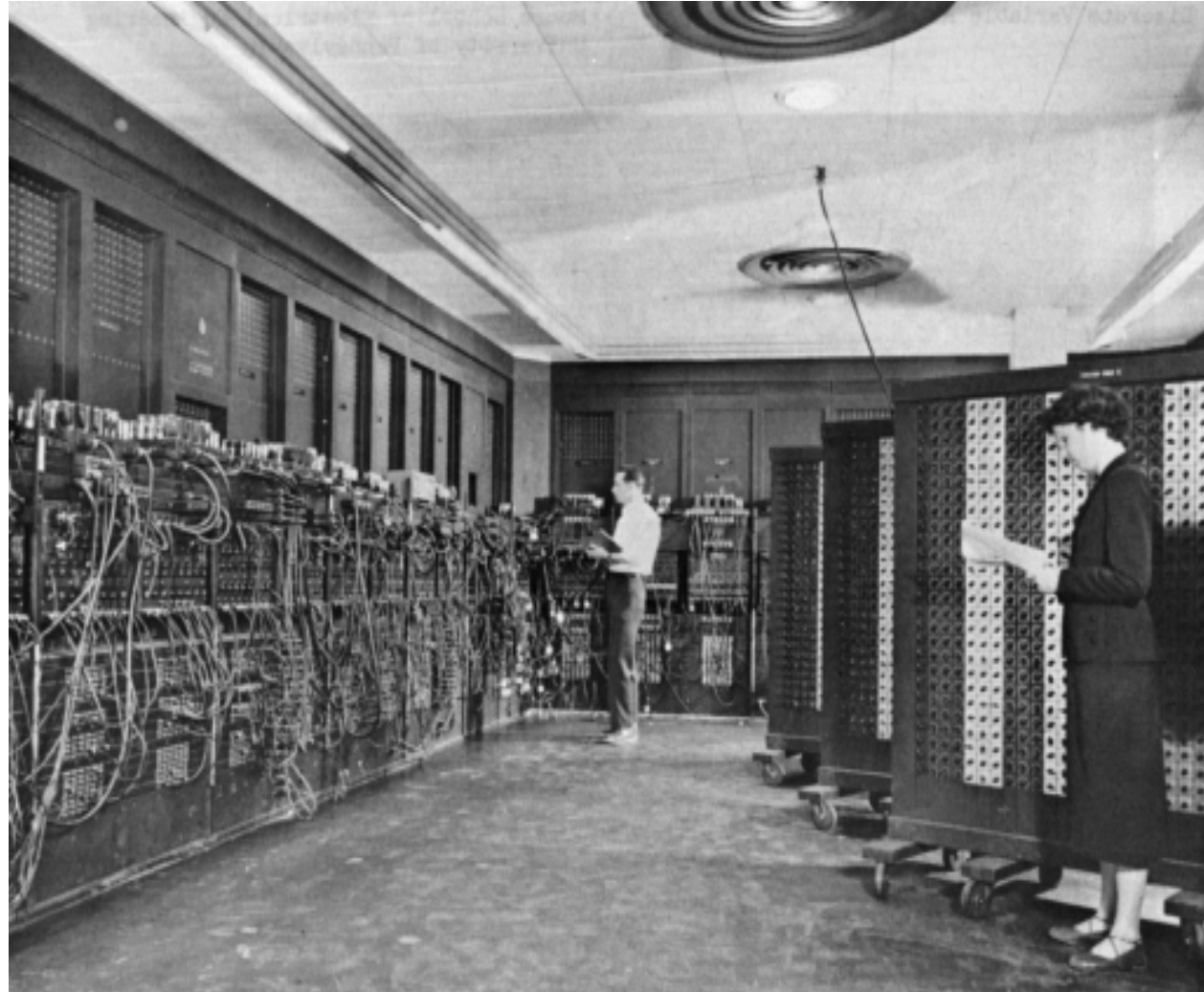
# La previsione: scienza e tecnologia

- Vilhelm Bjerknes (1904) postula la possibilità di usare le equazioni della fluidodinamica e della termodinamica per determinare l'evoluzione dell'atmosfera
- Lewis Fry Richardson (1922) applica l'idea di Bjerknes e produce la prima previsione numerica del tempo senza l'ausilio del computer!



Richardson's Forecast Factory:  
64000 "computers umani"!

Invenzione del computer (1941-1945) e primi riusciti tentativi di previsione numerica del tempo (J. von Neumann, J. Charney, 1955)



# Lo schema deterministico

□ L'OSSERVAZIONE

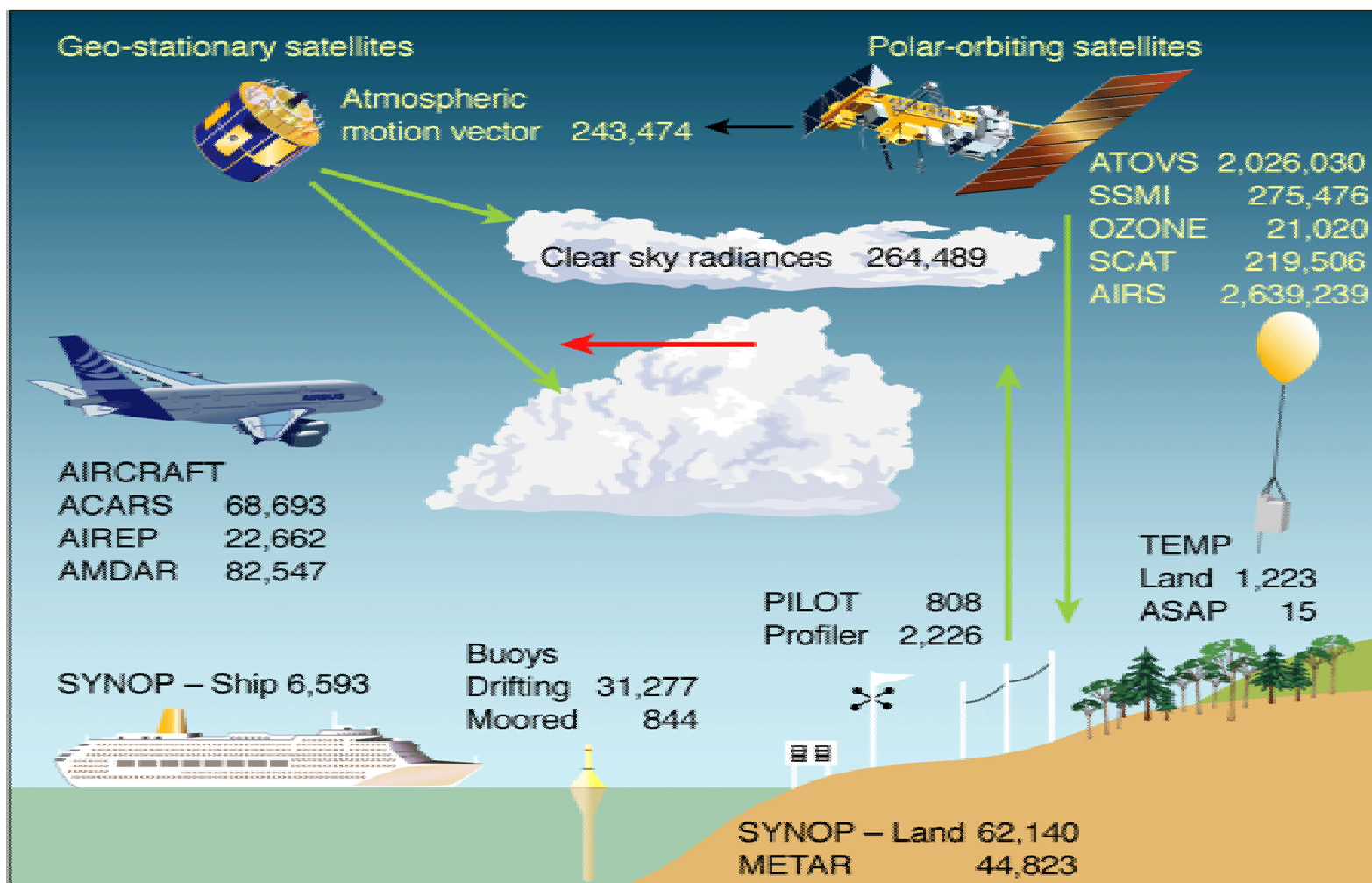
□ LA DIAGNOSI

□ LA PROGNOSE





# L'OSSERVAZIONE



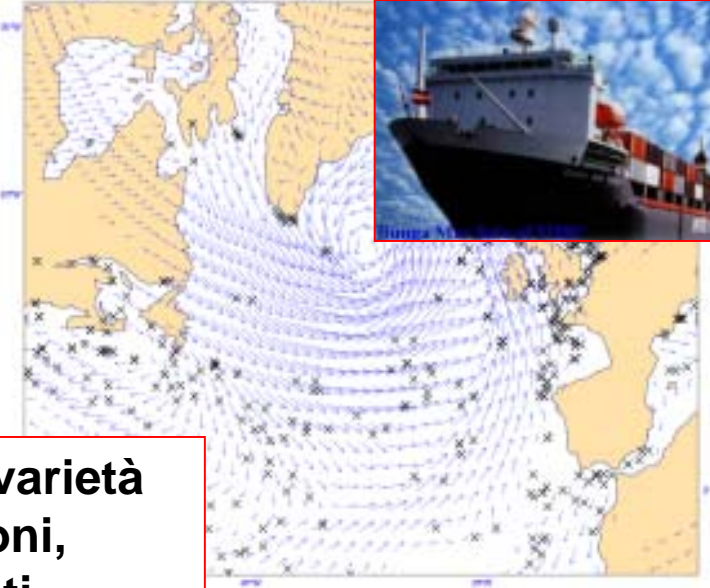
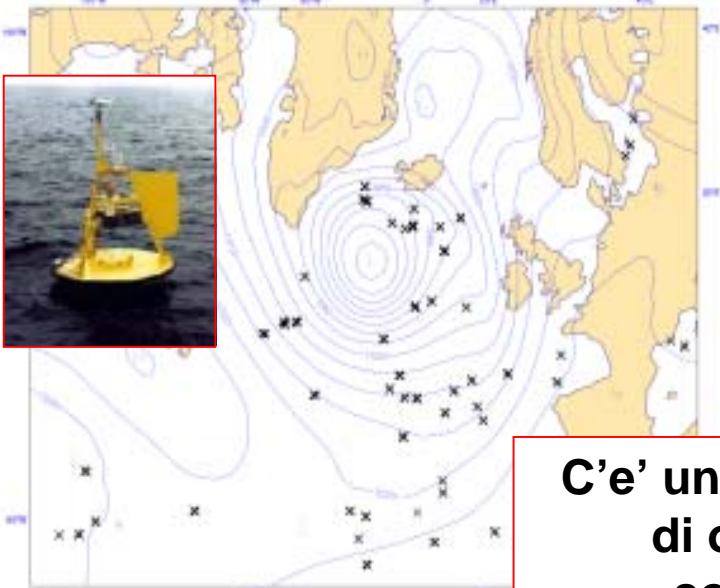
# DATI USATI CORRENTEMENTE

## Convenzionali

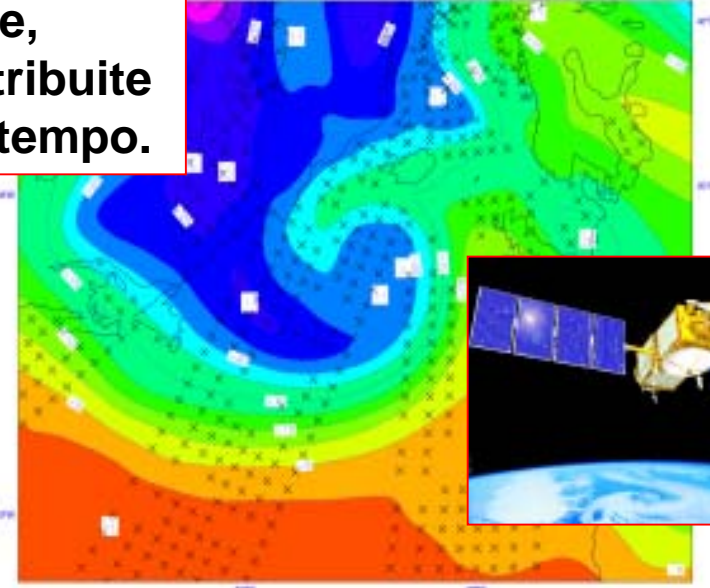
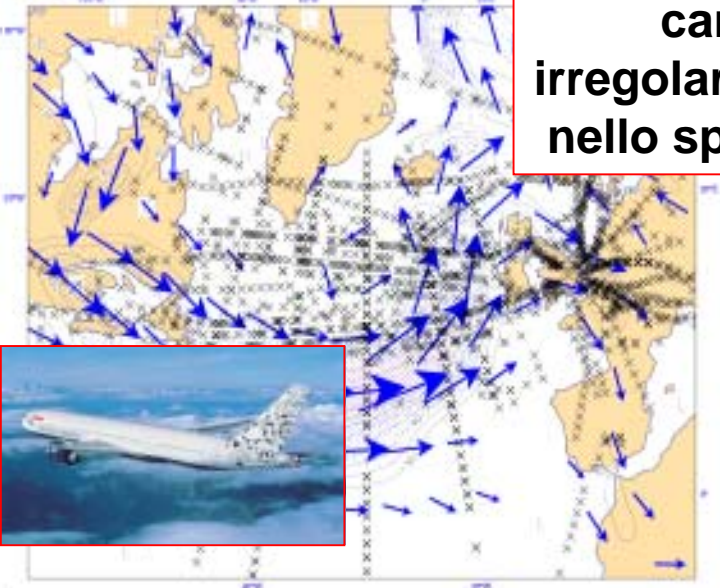
- **SYNOP/SHIP/METAR**
  - Ps, Wind-10m, RH-2m
- **AIREP**
  - Wind, Temp
- **AMVs (GEO and POLAR)**
  - Wind
- **DRIBU**
  - Ps, Wind-10m
- **TEMP/DropSONDE**
  - Wind, Temp, Spec Humidity
- **PILOT**
  - Wind profiles
- **Profilers:  
Amer./Eu./Japan**
  - Wind profiles

## Satelliti

- ATOVS and AIRS
  - HIRS, AIRS and AMSU radiances
- SSM/I
  - Microwave radiances (clear-sky)
  - TCWV in rain and clouds
- Meteosat/MSG/GOES
  - Water Vapour IR-channel
- QuikSCAT and ERS-2
  - Ambiguous winds-10m
- GOME/SBUV
  - Ozone retrievals
- GPS-RO/ COSMIC
  - Bending angle
- SSMIS
- TMI
- AMSR-E
- ASCAT
- IASI



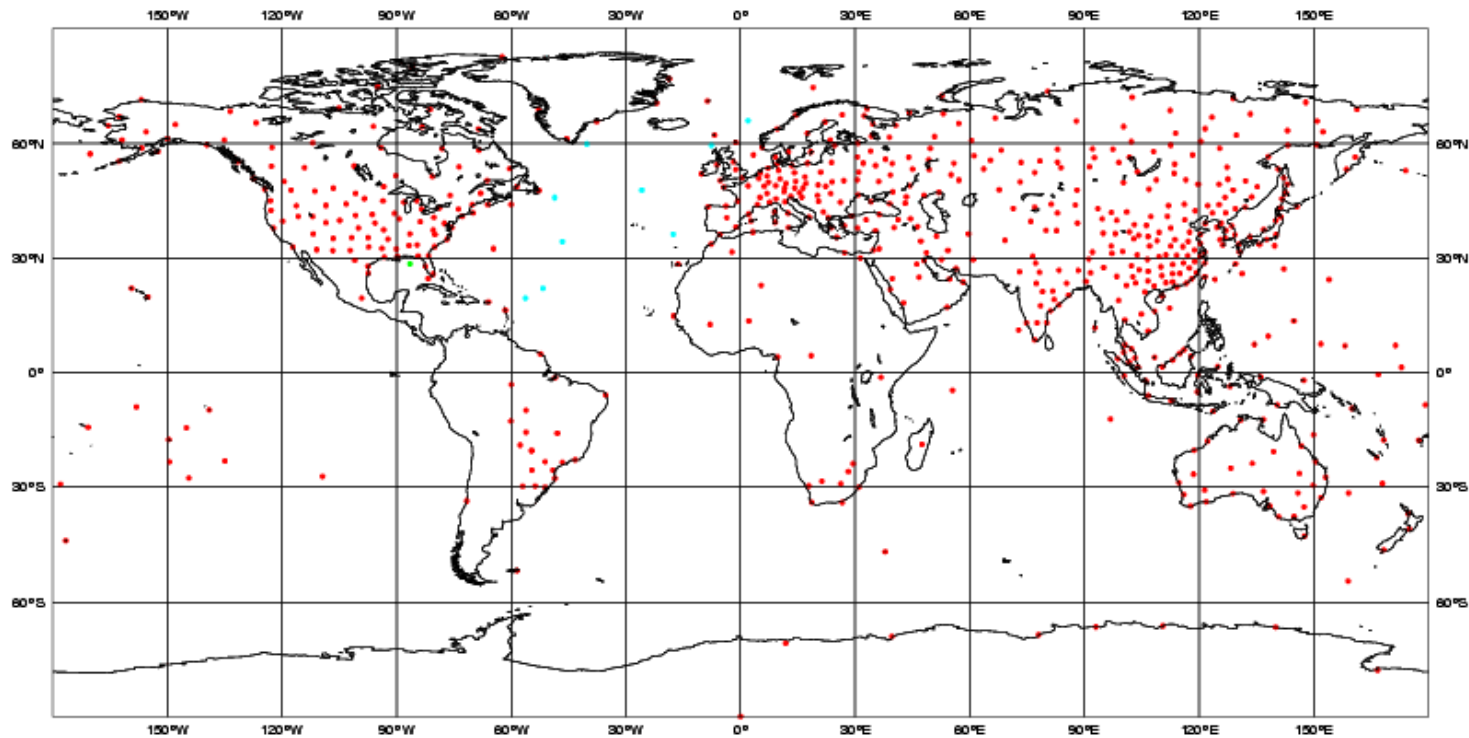
**C'e' una grande varietà di osservazioni, con differenti caratteristiche, irregolarmente distribuite nello spazio e nel tempo.**



# RADIOSONDAGGI (00 UTC)

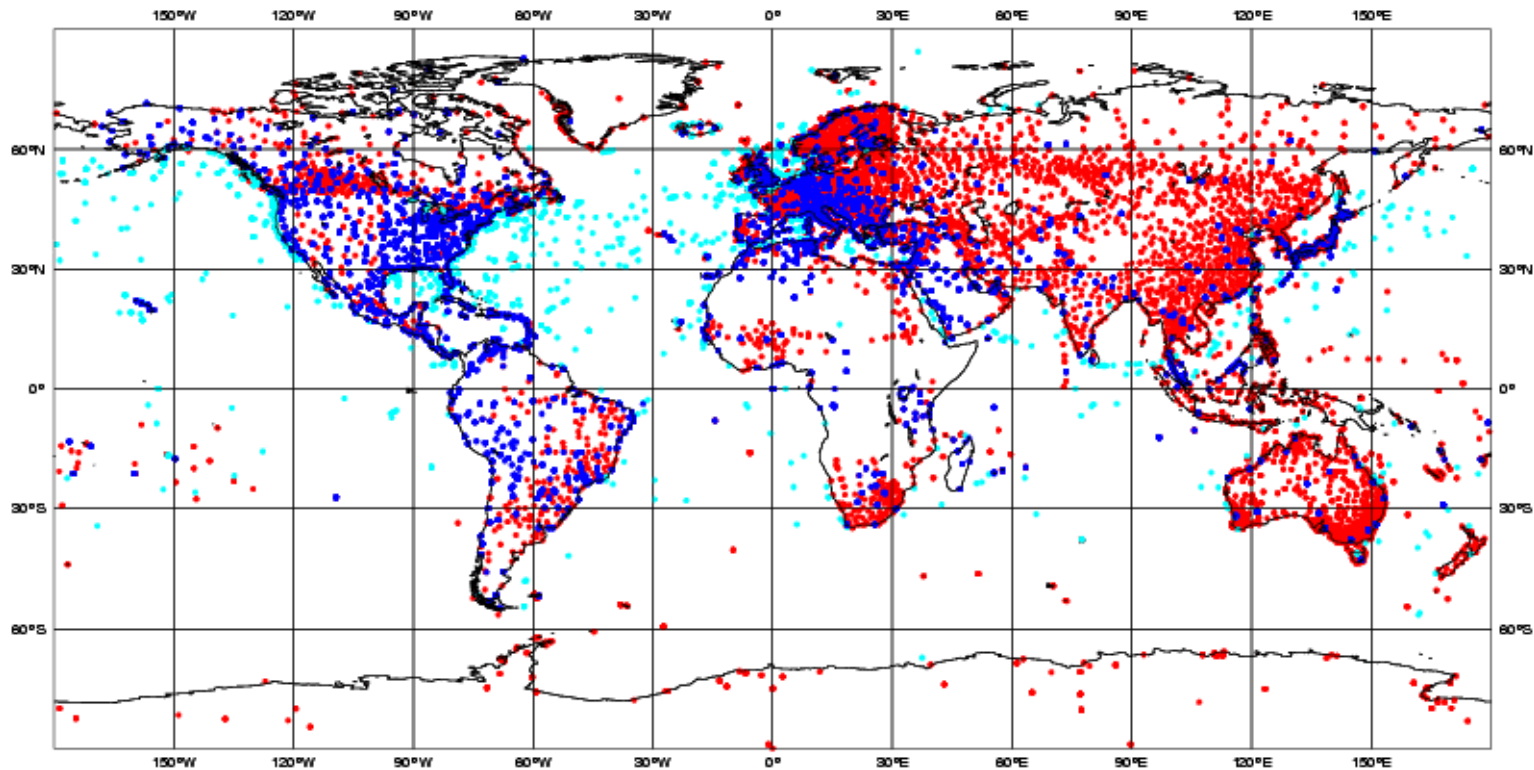
TEMP

TOTAL NUMBER = 634



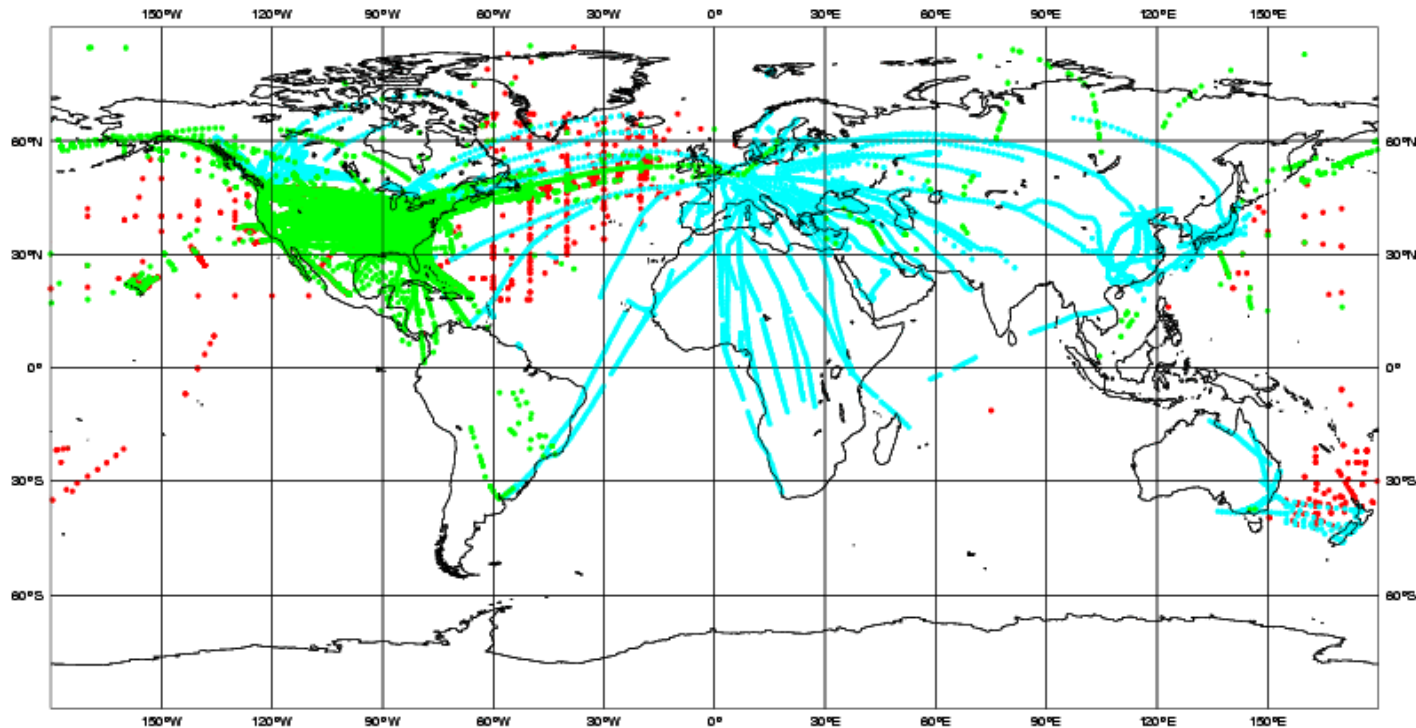
# OSSERVAZIONI AL SUOLO

**SYNOP / SHIP / METAR**  
**TOTAL NUMBER = 28683**

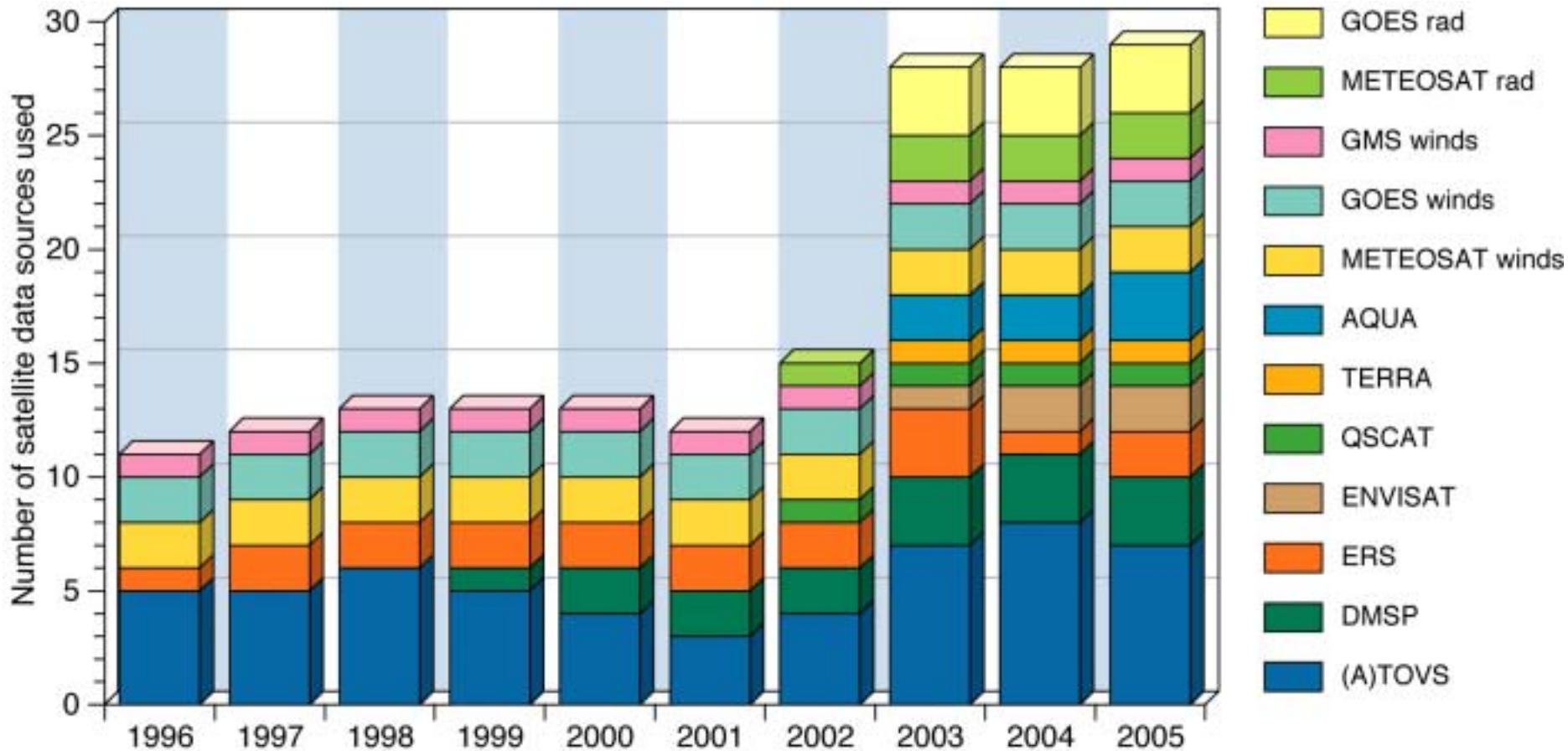


# AEREI ( 00 UTC )

**AIREP / AMDAR / ACAR**  
**TOTAL NUMBER = 51809**



# Satellite data from 28 sources used daily



# IL GRIGLIATO

## Risoluzione orizzontale



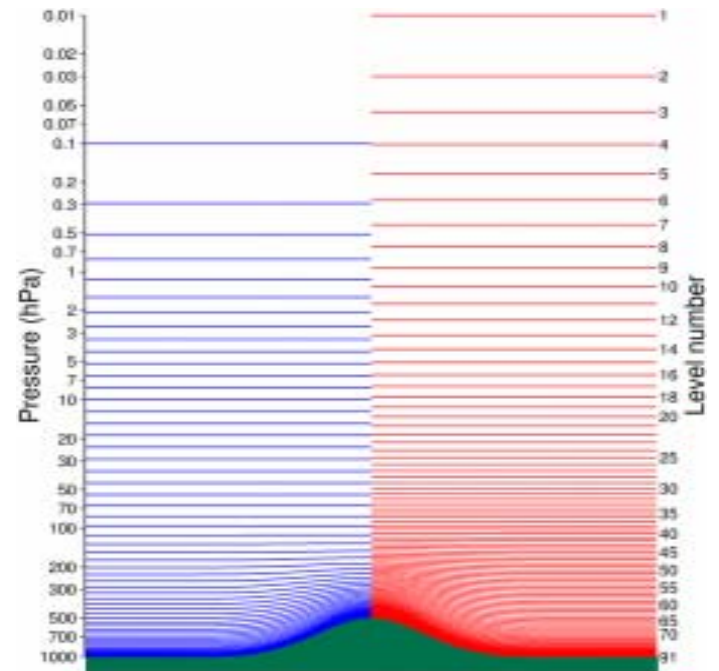
**Scale meteorologiche :**

MESOSCALA

SCALA GLOBALE

.....

## Risoluzione verticale





# LA DIAGNOSI: Assimilazione dati

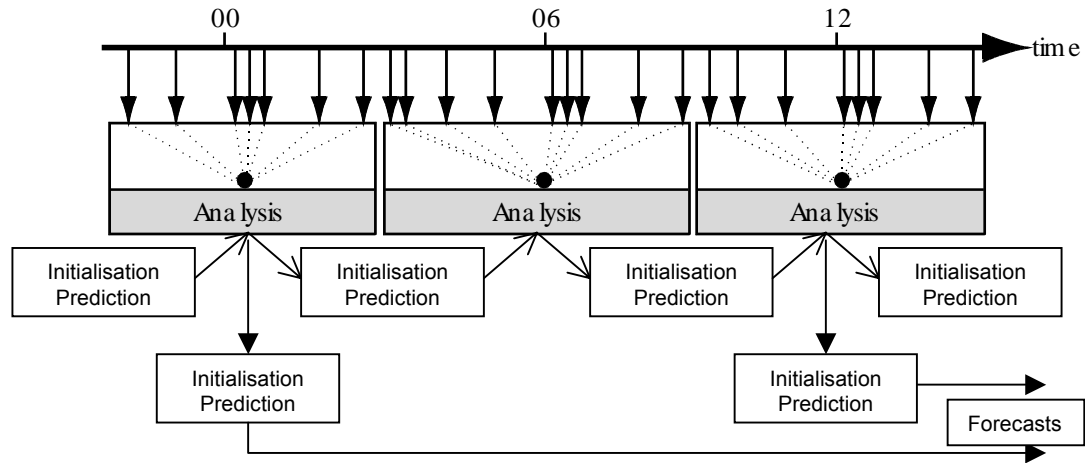
L'assimilazione dati e' il processo attraverso il quale l'informazione proveniente dalle **osservazioni** è incorporata in un modello numerico per fornire la migliore stima dello stato iniziale dell'atmosfera (**ANALISI**), dal quale far partire la previsione



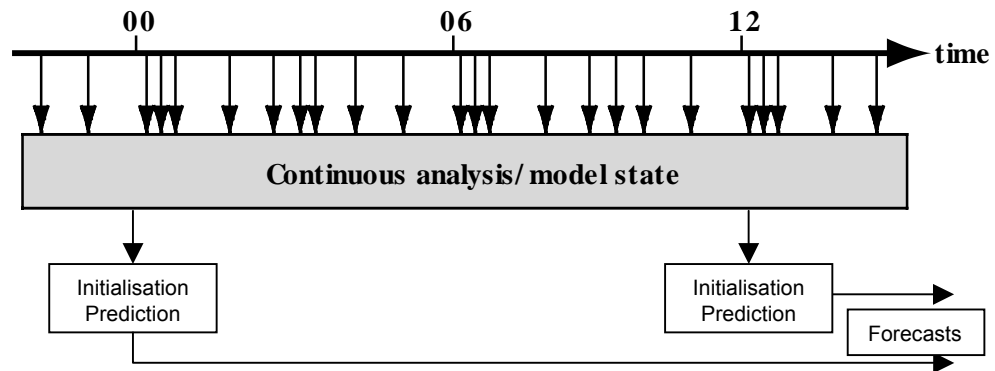
$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial t} + \vec{M}(\vec{x}) = \underbrace{\vec{\varepsilon}_m}_{\text{errore modello}}$$
$$\vec{x}(0) = \vec{x}_b(0) + \underbrace{\vec{\varepsilon}_b}_{\text{errore background}}$$
$$y_n = H_n(\vec{x}) + \underbrace{\varepsilon_{o,n}}_{\text{errore osservazione}} \quad n = 1, \dots, N$$

*Problema alle condizioni iniziali con errori e osservazioni*

## CICLO DI ASSIMILAZIONE *INTERMITTENTE*



## CICLO DI ASSIMILAZIONE *CONTINUO*



# Interpolazione Statistica e Metodi Variazionali

$$x_a(r_i) = x_b(r_i) + \sum_{k=1}^K W_{ik} [y_o(r_k) - x_b(r_k)]$$

The diagram illustrates the statistical interpolation equation. The terms are color-coded and labeled as follows:

- $x_a(r_i)$  (blue circle) is labeled **ANALISI**.
- $x_b(r_i)$  (purple circle) is labeled **BACKGROUND**.
- $W_{ik}$  (red box with a question mark) is labeled **?**.
- $y_o(r_k)$  (orange circle) is labeled **OSS.**.
- $x_b(r_k)$  (pink circle) is labeled **BACKGROUND**.

**incremento**

subscript "i"  
 subscript "k"  
 K  
 $W_{ik}$

"model grid point"  
 "observation point"  
 numero di osservazioni  
 "analysis weight"

**innovazione**

# IL PESO “OTTIMALE” ...

metodo “*Optimal Interpolation*”

$$A=x_a \quad B=x_b$$

$$T=\text{Truth} \quad O=y_o$$

$$A_i - T_i = B_i - T_i + \sum_{k=1}^K W_{ik} [(O_k - T_k) - (B_k - T_k)]$$

$$A = B + 2 \sum_{k=1}^K W_{ik} \langle (O_k - B_k)(B_i - T_i) \rangle + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K W_{ik} W_{il} \langle (O_k - B_k)(O_l - B_l) \rangle$$

$$A = \langle (A_i - T_i)^2 \rangle$$

$$B = \langle (B_i - T_i)^2 \rangle$$

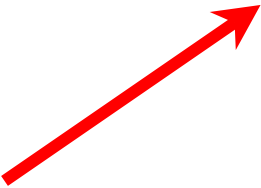
$$\frac{\partial A}{\partial W_{ik}} = 0$$



$$W_i = B_i [B + O]^{-1}$$

## OPTIMAL INTERPOLATION:

- ❖ “Spread-out” dell’incremento dell’osservazione usando la struttura spaziale di **B**
- ❖ E’ necessario avere una rappresentazione di **B** e **O**
- ❖ soluzione diretta
- ❖ è un metodo “UNIVARIATO”
- ❖ non tutte le osservazioni possono essere assimilate



NMC  
ENSEMBLE  
...

... **VERSO UN'ANALISI MULTIVARIATA**

# “L’ OBSERVATION OPERATOR” ( $H$ )

Permette di confrontare osservazioni ( $y_o$ ) e modello ( $x_b$ )

$$x_a(r_i) = x_b(r_i) + \sum_{k=1}^K W_{ik} [y_o(r_k) - x_b(r_k)]$$

$$x_b = x_b(r_i) \neq x_b(r_k) = Hx_b$$

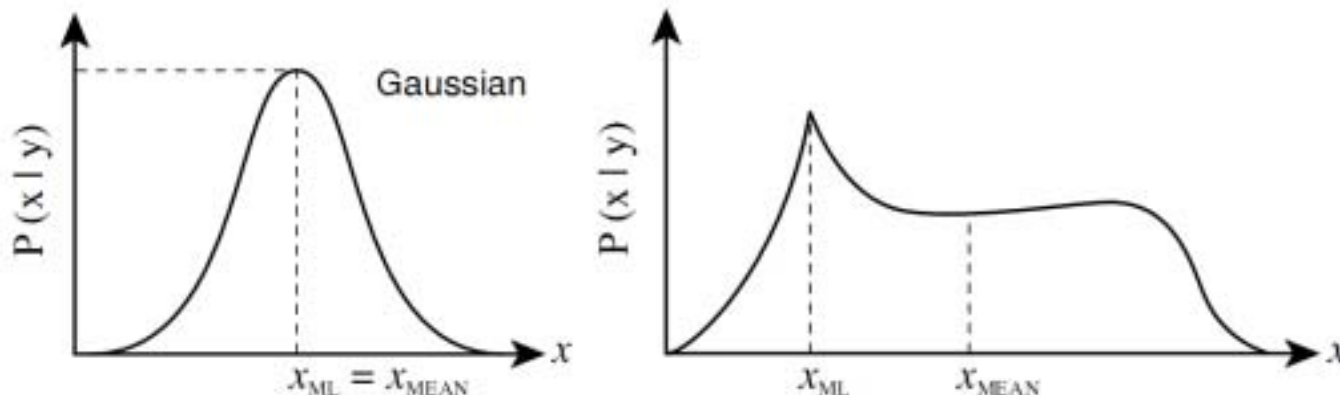
$$(x_a - x_b) = W(y - Hx_b)$$

# IL PESO “OTTIMALE”...

## *Funzione di densità di probabilità:*

- ❑ E' necessario conoscere la statistica degli errori
- ❑ Gli errori sono completamente descritti dalla densità di probabilità  $P(\varepsilon_m, \varepsilon_b, \varepsilon_o, t)$
- ❑ Gli errori relativi ad osservazioni, modello e background possono essere considerati indipendenti  $P = P_m P_b P_o$
- ❑ Generalmente si ha una conoscenza limitata di  $P$  (es. Covarianza e bias), ma in molti casi è sufficiente

## **OPTIMUM ANALYSIS = MAX PROBABILITY ?**



# La Funzione Costo (J)

$$\begin{aligned}\min J &= \min(-\log P_m - \log P_b - \log P_o) \\ &= \min(\cancel{J_m} + J_b + J_o)\end{aligned}$$

$$P_b = \frac{1}{\sqrt{2\pi|\vec{B}|}} e^{-\frac{1}{2}(\vec{x}(0) - \vec{x}_b(0))^T \vec{B}^{-1}(\vec{x}(0) - \vec{x}_b(0))}$$

$$P_o = \frac{1}{\sqrt{2\pi|\vec{R}|}} e^{-\frac{1}{2}(\vec{y} - \vec{H}(\vec{x}))^T \vec{R}^{-1}(\vec{y} - \vec{H}(\vec{x}))}$$

$$\left. \begin{array}{l} P_b \\ P_o \end{array} \right\} J = \frac{1}{2}(\vec{x}(0) - \vec{x}_b(0))^T \vec{B}^{-1}(\vec{x}(0) - \vec{x}_b(0)) + \frac{1}{2}(\vec{y} - \vec{H}(\vec{x}))^T \vec{R}^{-1}(\vec{y} - \vec{H}(\vec{x})) + C$$

(metodo **3D-Var**)

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 0$$



# Formalismo della stima variazionale

$$J(x) = \underbrace{(x - x_b)^T \mathbf{B}^{-1} (x - x_b)}_{J_b} + \underbrace{(y - Hx)^T \mathbf{R}^{-1} (y - Hx)}_{J_o}$$

La grandezza relativa dei due termini determina l'ampiezza dell'incremento dell'analisi. La soluzione nel caso lineare è:

$$(x_a - x_b) = \mathbf{B} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T + \mathbf{O})^{-1} (y - Hx_b)$$

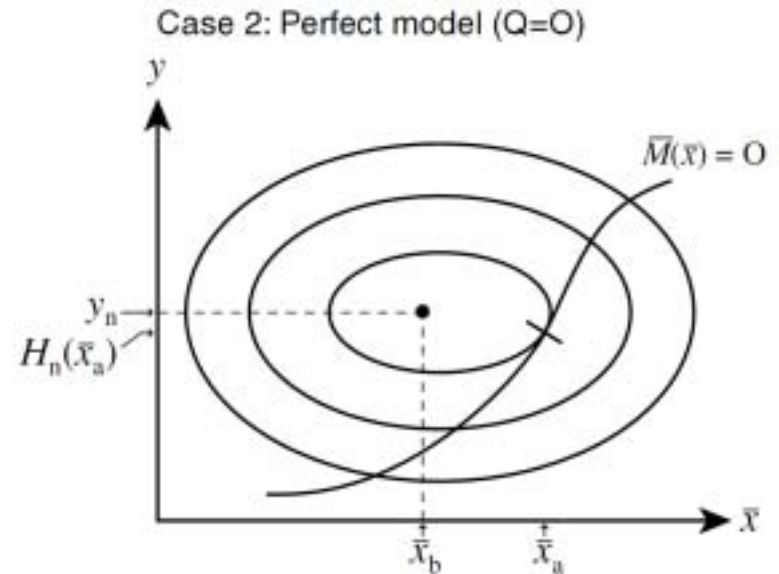
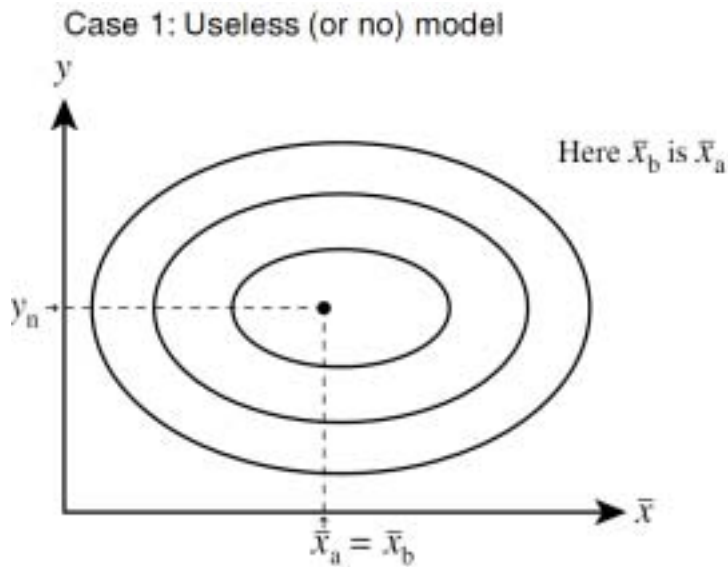
incremento

**y:** array delle osservazioni  
**x:** variabile (modello/analisi)  
**H:** "observation operator" linearizzato  
**B:** background error covariance matrix  
**R:** observation error covariance matrix

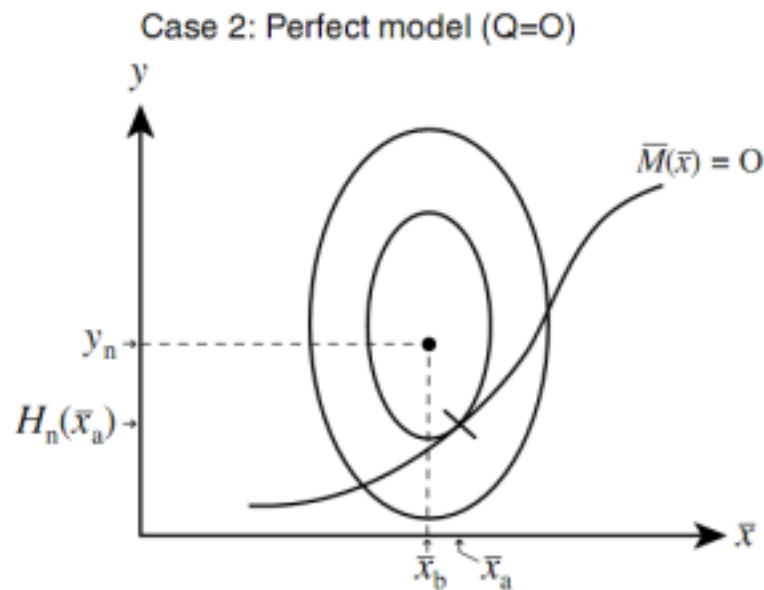
Covarianza  
dell'errore di  
background in  
funzione dell'  
osservazione

innovazione

# Accuratezza relativa degli errori

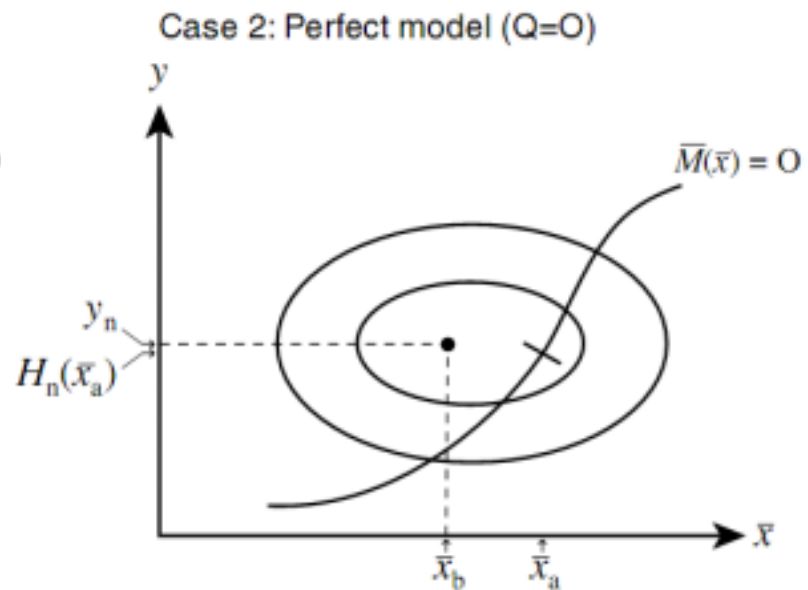


# Accuratezza relativa degli errori



Accurate background

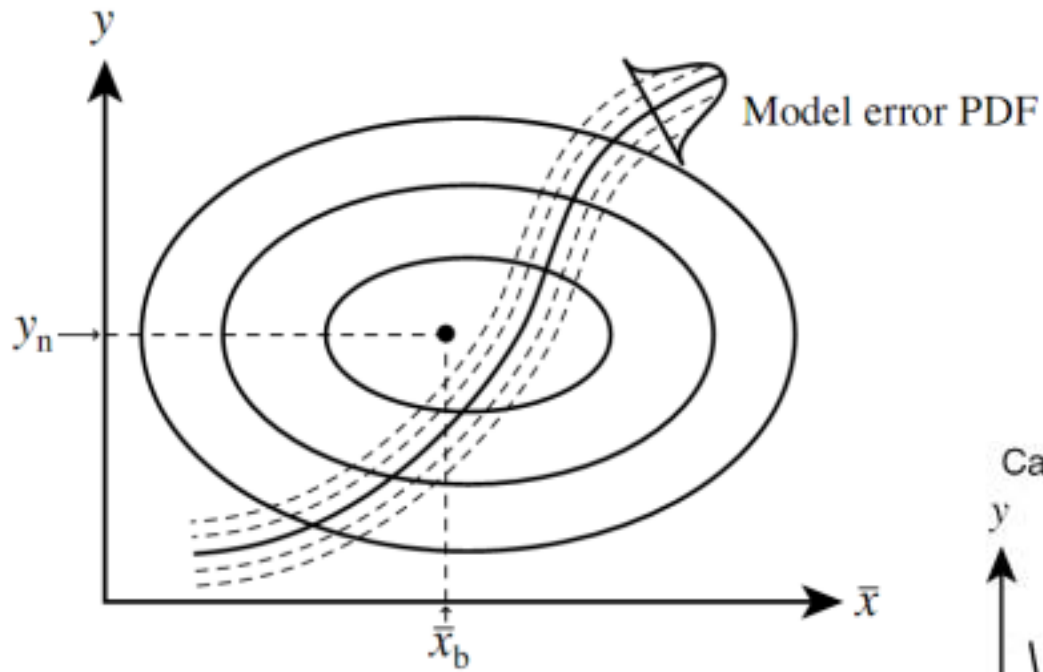
→ Large analysis residuals  $y_n - H_n(\bar{x}_a)$



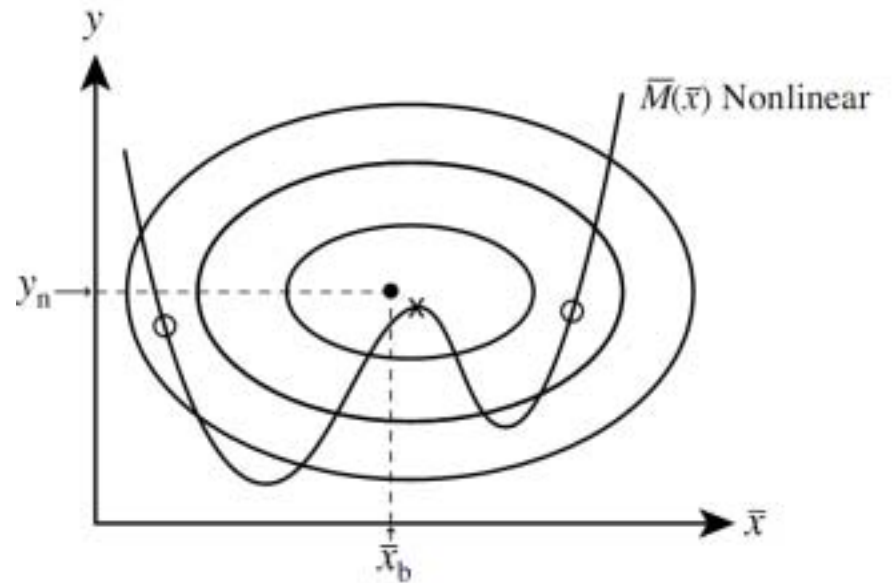
Accurate observations

→ Small  $y_n - H_n(\bar{x}_a)$

Case 3: Imperfect model ( $Q \neq 0$ )



Case 4: Perfect model ( $Q=0$ ), but nonlinear



## *... riassumendo*

- ❖ L'“Analisi” è la condizione iniziale per NWP
- ❖ La stima del background è la previsione ottenuta dalla precedente analisi con l'informazione aggiuntiva delle osservazioni
- ❖ Un'accurata analisi è essenziale per il processo di previsione

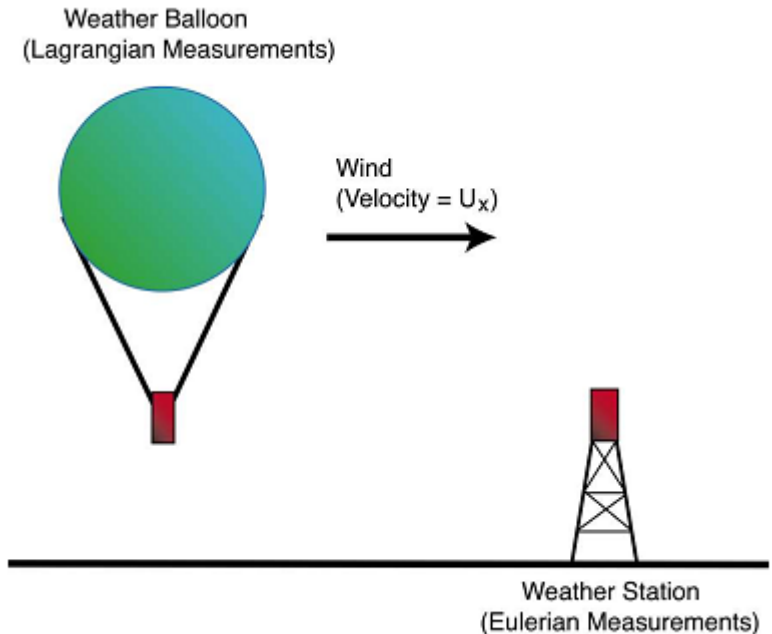
# LA PROGNOSE

I moti atmosferici sono descritti da un insieme di 3 equazioni differenziali:

- Conservazione della massa (equazione di continuità)
- Conservazione della quantità di moto (equazioni di Navier-Stokes)
- Conservazione dell'energia (primo principio della termodinamica)

+

- Equazione di stato dei gas ideali



Considero budgets di queste quantità per un "volume di controllo":

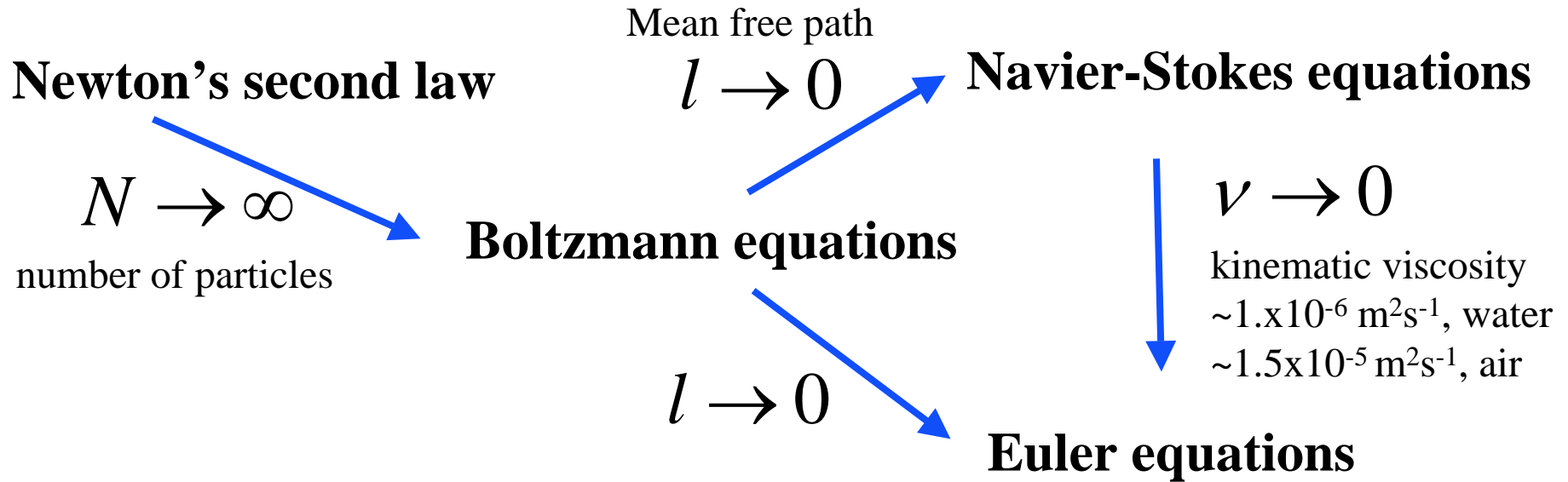
(a) "volume di controllo" fisso rispetto agli assi

=> Euleriano ( $x, y, z, t$ )

(b) "volume di controllo" in moto con il fluido e contenente sempre lo stesso numero di particelle

=> Lagrangiano ( $x_o, y_o, z_o, t$ )

# Equazioni:



**individual particles**

**statistical distribution**

**continuum**

# Equazione del momento

Forze  $F$ - gradiente di pressione, gravitazione e attrito

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} - \alpha \nabla p - g\mathbf{k} + \boldsymbol{\tau}$$

$\alpha$  = volume specifico ( $= 1/\rho$ ),  $p$  = pressione,

$g$  = *forza centrifuga + gravitazionale*,

$\boldsymbol{\tau}$  = attrito

$g$  varia  $\sim 0.5\%$  dal polo all'equatore e  $\sim 3\%$  con altitudine (fino a 100km).



# SCALA SINOTTICA: importanza relativa dei singoli termini

$U \approx 10 \text{ m s}^{-1}$	scala delle velocità orizzontali
$W \approx 1 \text{ cm s}^{-1}$	scala delle velocità verticali
$L \approx 10^6 \text{ m}$	lunghezza di scala orizzontale
$H \approx 10^4 \text{ m}$	lunghezza di scala verticale
$\delta P / \rho \approx 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$	scala delle fluttuazioni orizzontali di pressione
$L/U \approx 10^5 \text{ s}$	scala dei tempi

Eq. -x	$\frac{du_1}{dt}$	$-2\Omega \sin \varphi u_2$	$2\Omega \cos \varphi u_3$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1}$	$\nu \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_\alpha^2}$
Eq. -y	$\frac{du_2}{dt}$	$2\Omega \sin \varphi u_1$		$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2}$	$\nu \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_\alpha^2}$
Scale	$\frac{U^2}{L}$	$f_0 U$	$f_0 W$	$\frac{\delta P}{\rho L}$	$\nu \frac{U}{H^2}$
$\text{ms}^{-2}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	$10^{-12}$

Dove  $f_0 = 2\Omega \sin \varphi_0 \approx 10^{-4} \text{ s}^{-1}$   
 $\nu \approx 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

## MOTI ORIZZONTALI: approx VENTO GEOSTROFICO

$$-fu_2 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1}$$

$$fu_1 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2}$$

Numero di Rossby

$$Ro = \frac{U^2 / L}{fU} = \frac{U}{fL}$$

Eq. -z	$\frac{du_3}{dt}$	$-2\Omega \cos \varphi u_1$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3}$	-g	$v \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_\alpha^2}$
Scale	$\frac{UW}{L}$	$f_0 U$	$\frac{P_0}{\rho H}$	g	$v \frac{W}{H^2}$
ms <sup>-2</sup>	10 <sup>-7</sup>	10 <sup>-3</sup>	10	10	10 <sup>-15</sup>

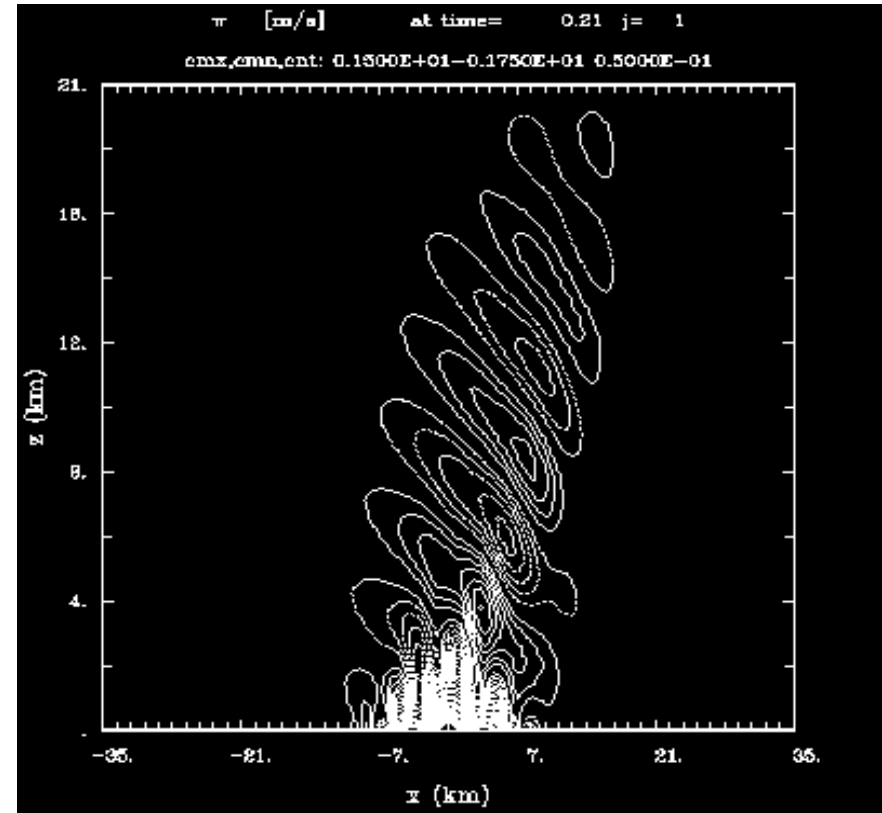
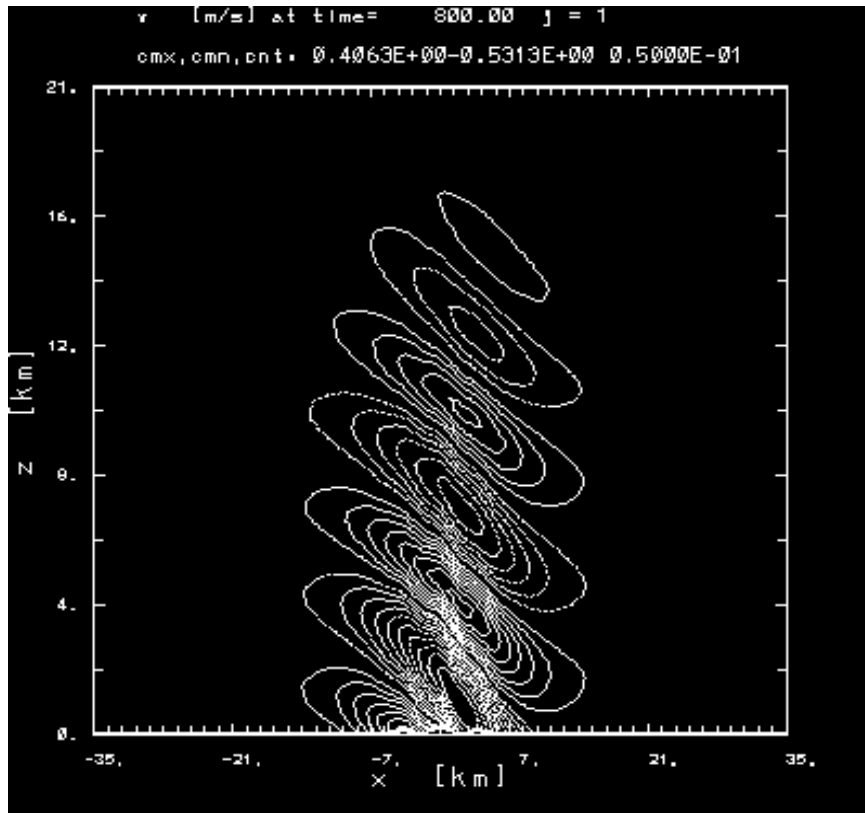
con  $P_0=10^3$  hPa e  $\rho=1$  Kg m<sup>-3</sup>.

**MOTI VERTICALI:  
approx EQ. IDROSTATICO**

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} = -g$$



# Hydrostatic vs. Non-hydrostatic



- **Velocità orizzontale del vento**

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial E_h}{\partial \lambda} - v V_a \right\} - \zeta \frac{\partial u}{\partial \zeta} - \frac{1}{\rho a \cos \varphi} \left( \frac{\partial p'}{\partial \lambda} - \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial p_0}{\partial \lambda} \frac{\partial p'}{\partial \zeta} \right) + M_u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \left\{ \frac{1}{a} \frac{\partial E_h}{\partial \varphi} - V_a \right\} - \zeta \frac{\partial v}{\partial \zeta} - \frac{1}{\rho a} \left( \frac{\partial p'}{\partial \varphi} - \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial p_0}{\partial \varphi} \frac{\partial p'}{\partial \zeta} \right) + M_v$$

- **Velocità verticale**

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \left( u \frac{\partial w}{\partial \lambda} + v \cos \varphi \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) \right\} - \zeta \frac{\partial w}{\partial \zeta} + \frac{g}{\sqrt{\gamma}} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial \zeta} + \frac{g}{\sqrt{\gamma}} \frac{\rho_0}{\rho} \left\{ \frac{(T - T_0)}{T} - \frac{T_0 p'}{T R_0} + \left( \frac{R_v}{R_d} - 1 \right) q^v - q^l - q^f \right\}$$

- **Perturbazione della pressione**

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = - \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \left( u \frac{\partial p'}{\partial \lambda} + v \cos \varphi \frac{\partial p'}{\partial \varphi} \right) \right\} - \zeta \frac{\partial p'}{\partial \zeta} + g \rho_0 w - \left( \frac{c_{pd}}{c_v d} \right) p \nabla \cdot \vec{v}$$

- **Temperatura**

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \left( u \frac{\partial T}{\partial \lambda} + v \cos \varphi \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) \right\} - \zeta \frac{\partial T}{\partial \zeta} - \frac{1}{\rho c_{vd}} p \nabla \cdot \vec{v} + Q_T$$

- **Vapore acqueo**

$$\frac{\partial q^v}{\partial t} = - \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \left( u \frac{\partial q^v}{\partial \lambda} + v \cos \varphi \frac{\partial q^v}{\partial \varphi} \right) \right\} - \zeta \frac{\partial q^v}{\partial \zeta} - (S^l + S^f) + M_{q^v}$$

- **Contenuto acqua e ghiaccio nubi**

$$\frac{\partial q^{l,f}}{\partial t} = - \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} \left( u \frac{\partial q^{l,f}}{\partial \lambda} + v \cos \varphi \frac{\partial q^{l,f}}{\partial \varphi} \right) \right\} - \zeta \frac{\partial q^{l,f}}{\partial \zeta} - \frac{g}{\sqrt{\lambda}} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial P_{l,f}}{\partial \zeta} + S^{l,f} + M_{q^{l,f}}$$

- **Densità totale dell'aria**

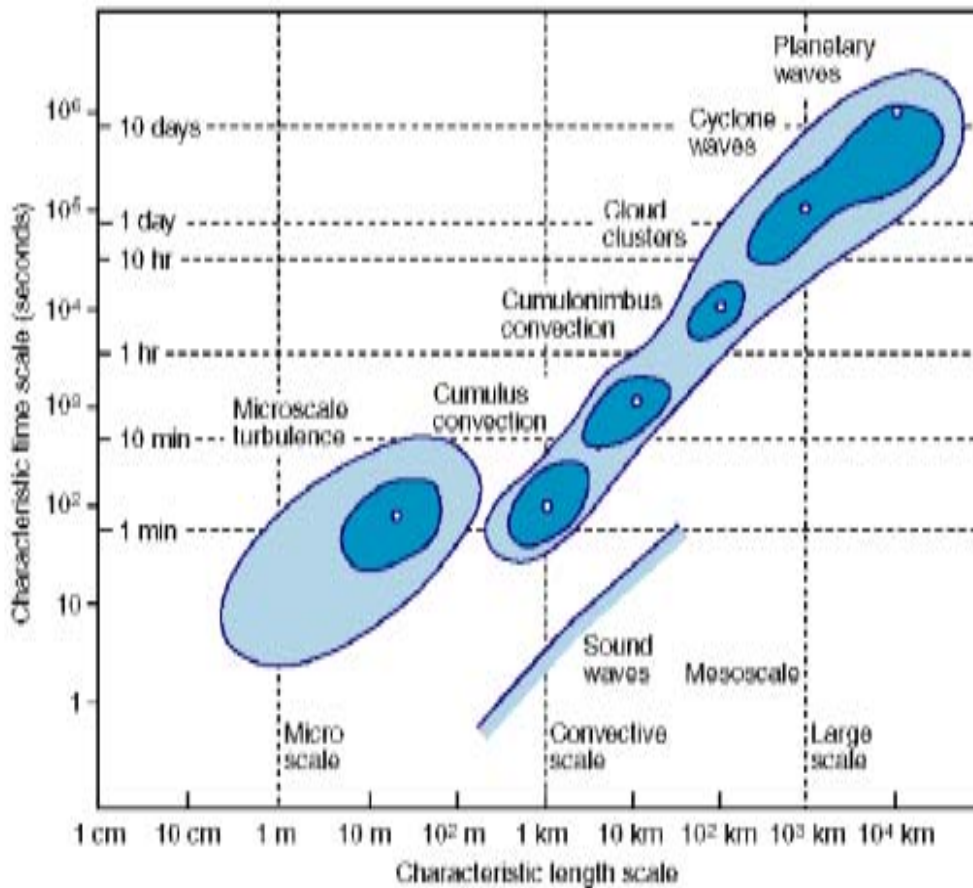
$$\rho = p \left\{ R_d \left( 1 + \left( \frac{R_v}{R_d} - 1 \right) q^v - q^l - q^f \right) T^{-1} \right\}$$

ove  $\sqrt{\gamma} \equiv \frac{\partial p_0}{\partial \zeta}$ ,  $E_h = \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$  e  $V_a = \frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{\partial}{\partial \varphi} (u \cos \varphi) \right\} + f$ .

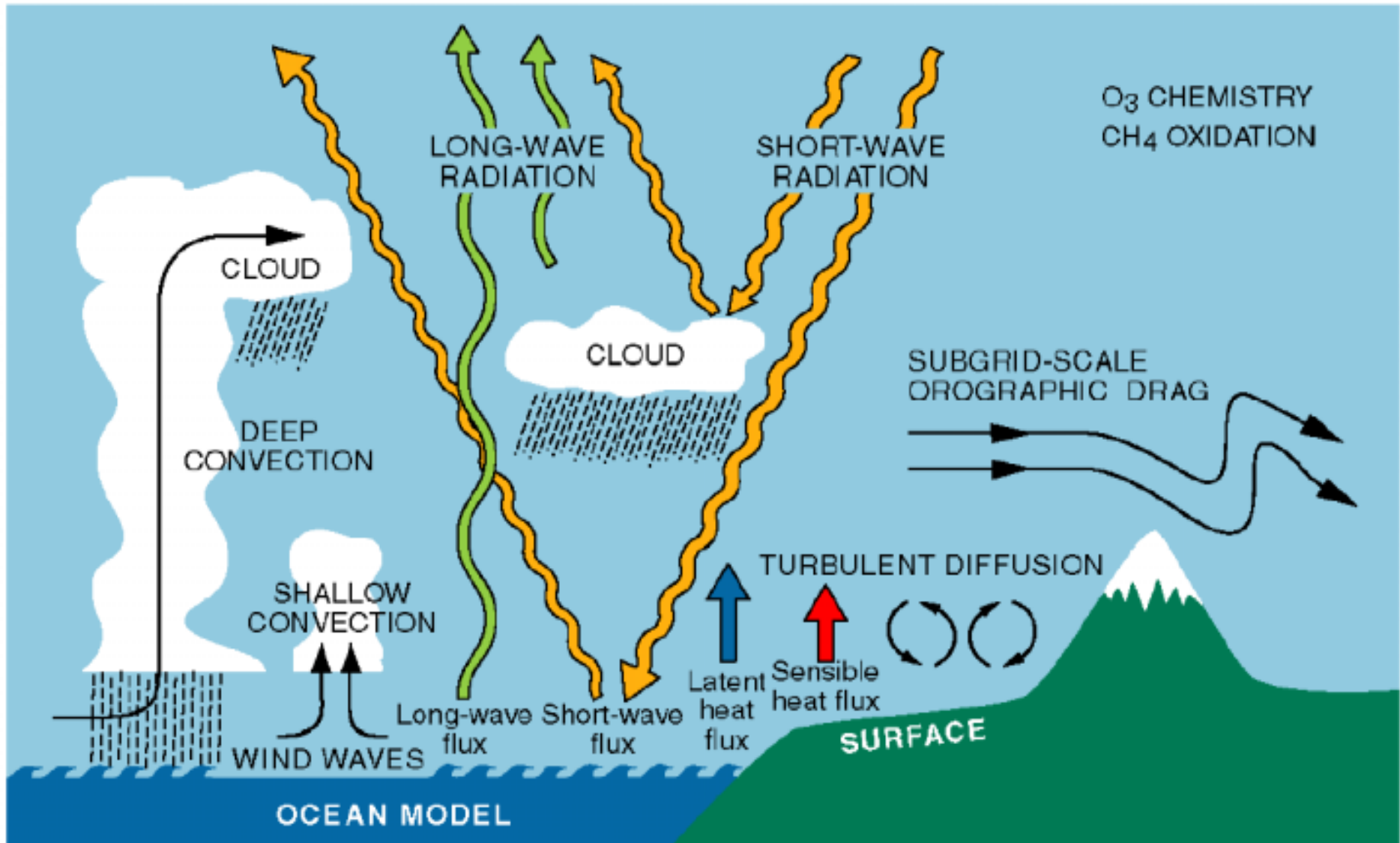
Science should be made as easy as possible, but not easier.

*Albert Einstein*

# Scale dei Fenomeni Atmosferici



- ✓ Le equazioni usate in NWP rappresentano l'evoluzione della **media spazio-temporale** della soluzione “vera”
- ✓ Le equazioni (mediate) sono “empiriche” → ci possono essere forti interazioni tra scale “risolte” e “non-risolte”
- ✓ Le scale non risolte sono rappresentate da “sub-grid model” (**parametrizzazioni**)





## ATMOSFERA = SISTEMA CAOTICO

□ **Lorenz** (1963) scoprì che anche un modello perfetto con condizioni iniziali pressoché perfette perde significatività in un finito intervallo di tempo

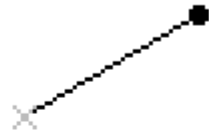
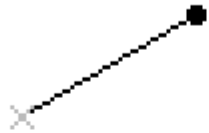
*“Does the Flap of a Butterfly's Wing in Brazil set off a Tornado in Texas?”*

□ Nel **1960** ciò era di interesse puramente accademico (previsioni fino 2 giorni), ma ai nostri giorni (→ predicibilità 2 settimane), c'è la necessità di estrarre la massima informazione



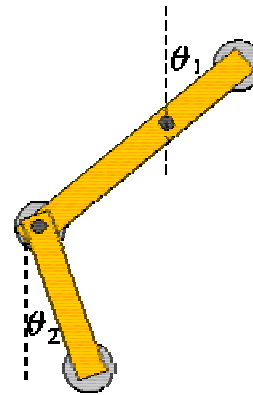
# Sistema NON-CAOTICO

Pendolo Semplice



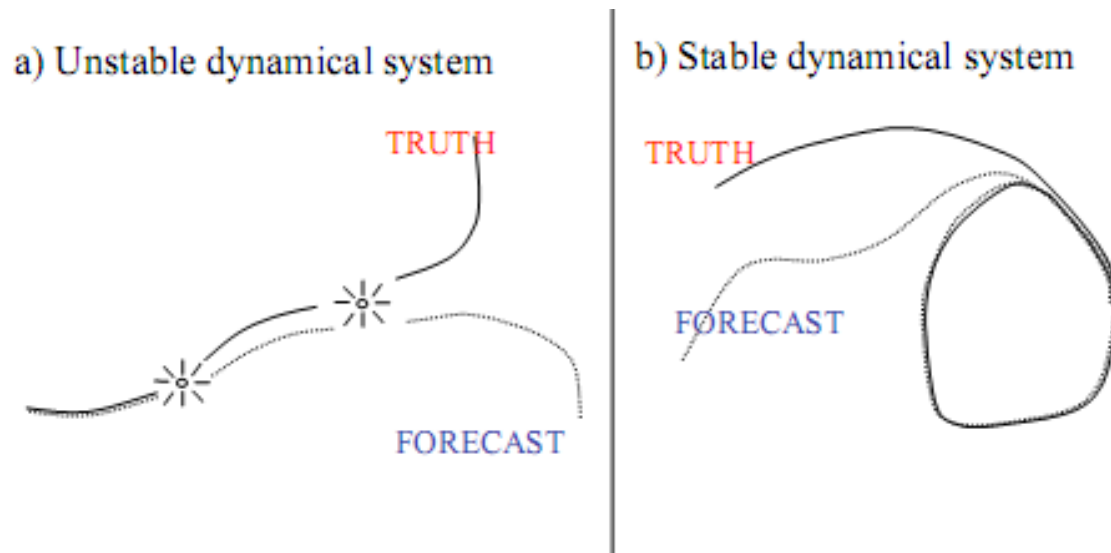
# Sistema CAOTICO

Pendolo Composto



Teorema del caos (Lorenz, 1960s):

- a) Sistemi instabili hanno predicibilità finita (caos)
- b) Sistemi stabili hanno predicibilità infinita





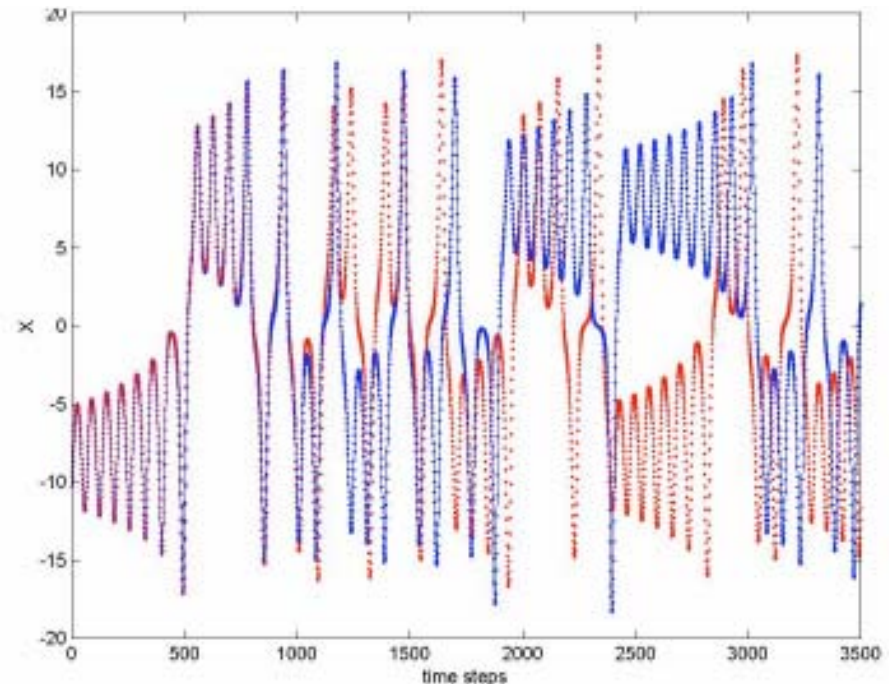
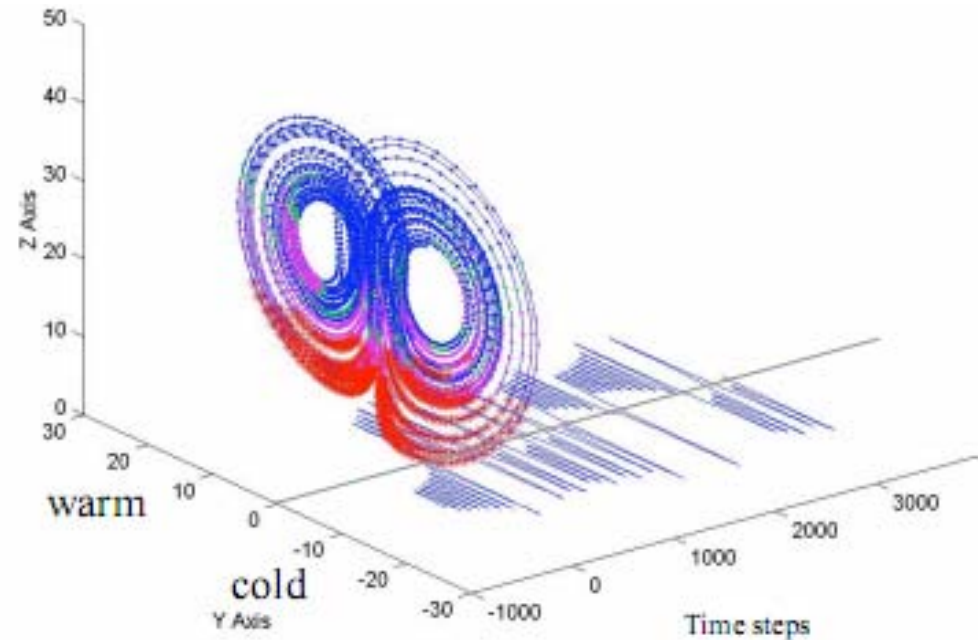
# Definizione di Caos Deterministico

*(Lorenz, March 2006, 89)*

WHEN THE PRESENT DETERMINES THE FUTURE  
BUT  
THE APPROXIMATE PRESENT DOES NOT  
APPROXIMATELY DETERMINE THE FUTURE

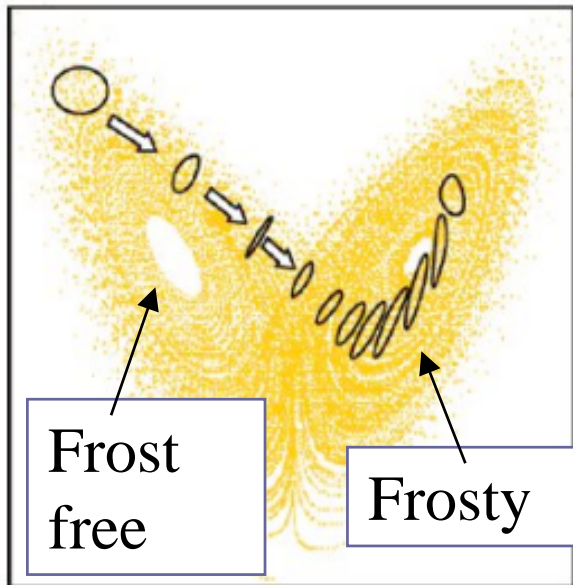
# Teoria del Caos ed effetto farfalla

$$\begin{cases} dx_1/dt = -\alpha x_1 + \alpha x_2 \\ dx_2/dt = -x_1 x_3 + \rho \alpha x_1 - x_2 \\ dx_3/dt = x_1 x_2 - \beta x_3 \end{cases}$$

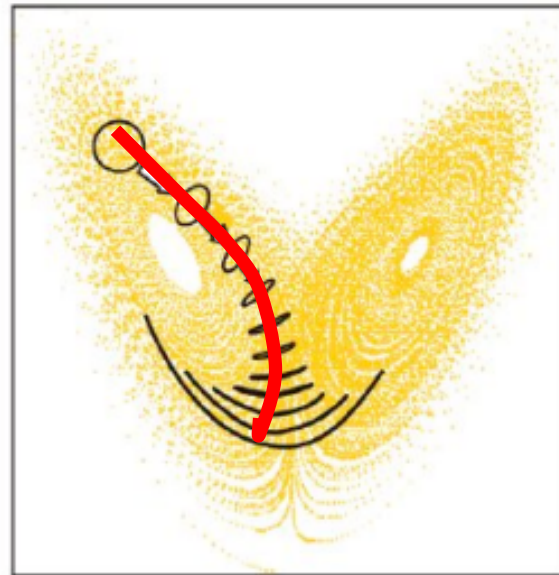


# DECISION MAKING ...

stable

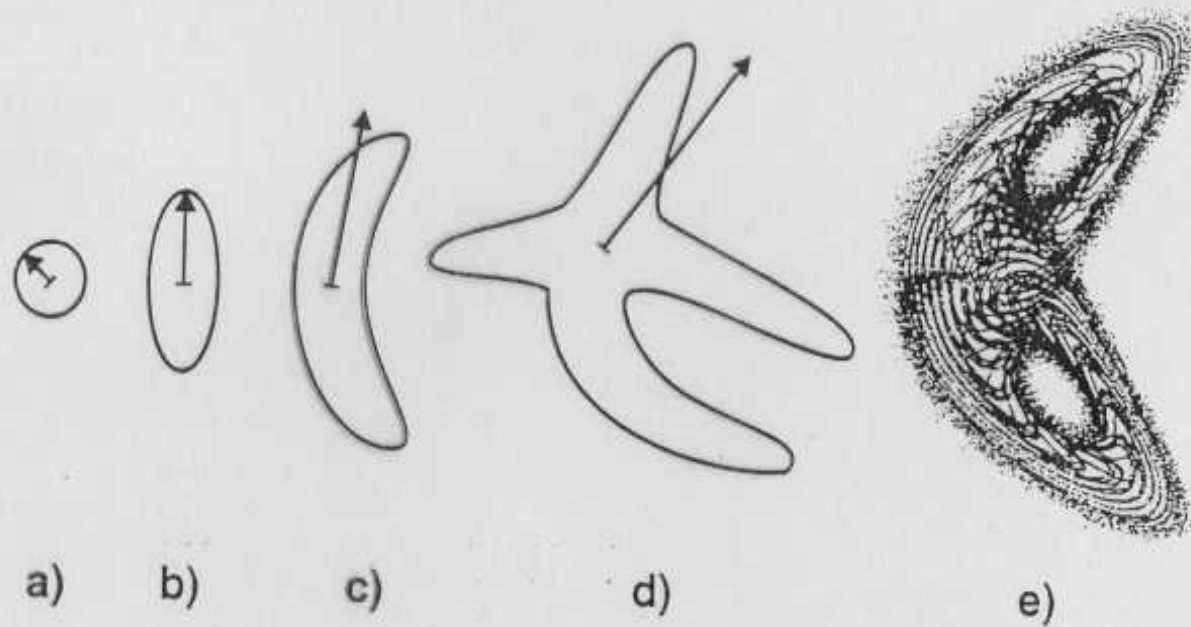


less stable



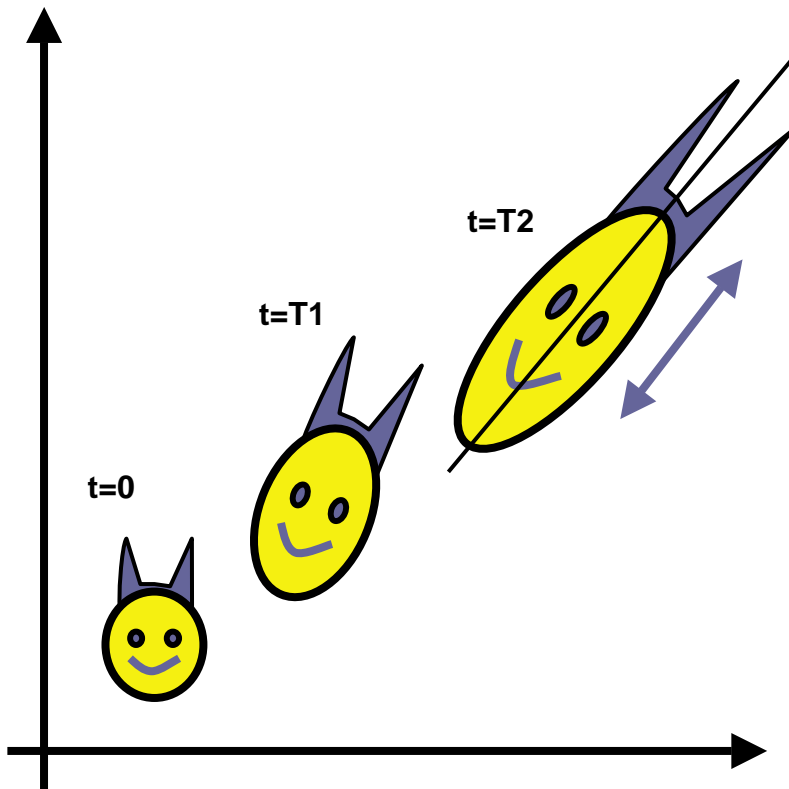
unstable





*Fig. 1.3: Evolución temporal de la Función de Densidad de Probabilidad*  
*Lineal: a → b*                      *Debilmente No lineal: b → c*  
*Fuertemente No lineal: c → d*    *Caótica: d → e*

In presenza di un'instabilità, tutte le perturbazioni convergono verso la perturbazione che cresce più velocemente  
(*fastest growing perturbation – leading Vector*)



- ❖ Una singola previsione si discosta più rapidamente dalla “realtà” qualora l’errore dell’analisi ha una forte componente lungo il *leading singular vector* del flusso corrente
- ❖ La qualità della previsione varia giorno per giorno, senza possibilità di conoscere a priori quale previsione sarà corretta → *ensemble forecasting* (incertezza della previsione)

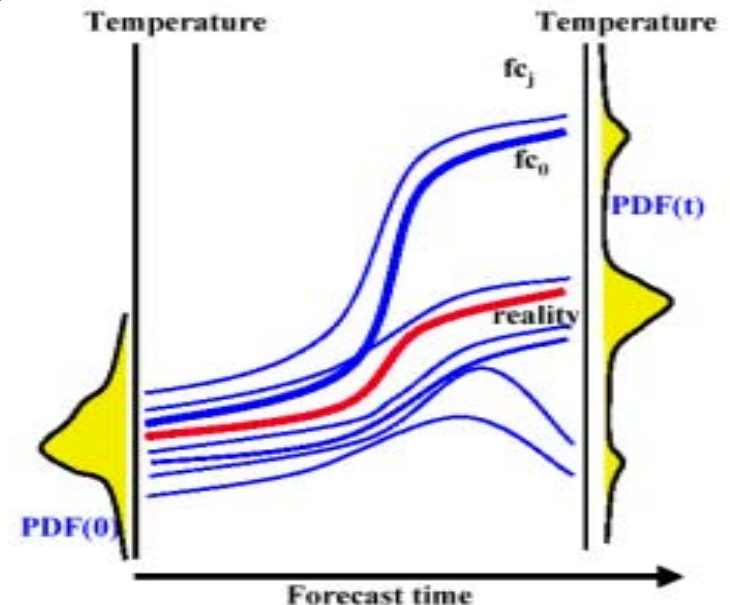
# ENSEMBLE FORECASTING

- Generalmente un singolo “control forecast” è integrato a partire dall’analisi
- Nell’ensemble forecasting sono generati piu’ forecast perturbando leggermente le condizioni iniziali (o usando differenti modelli)
- Lo spread tra i membri dell’ensemble da un’informazione sull’errore della previsione

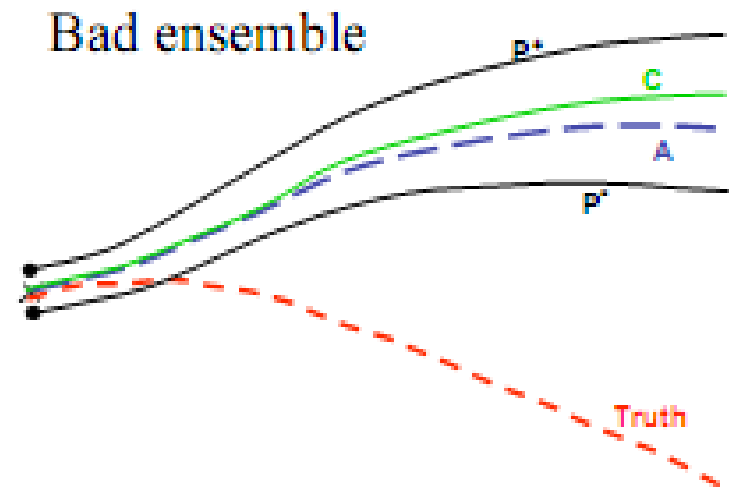
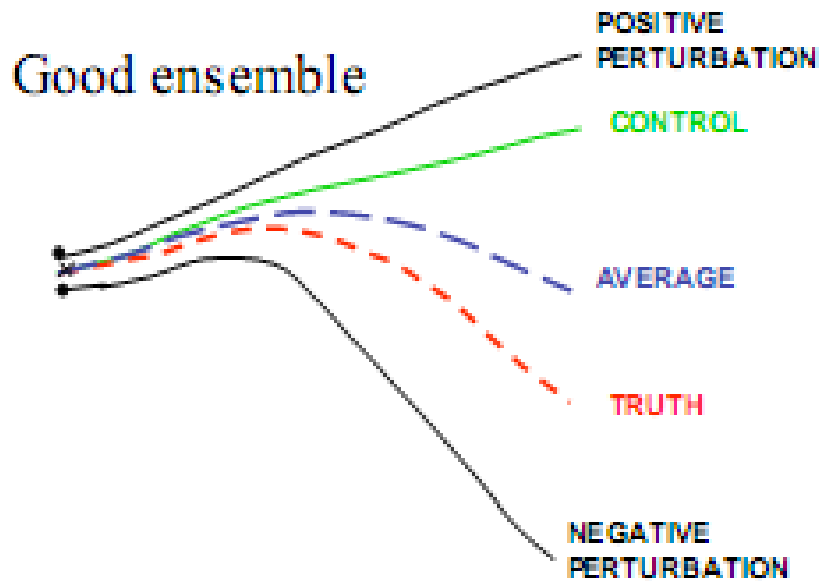
■ Range di possibili soluzioni, la media delle quali è generalmente più accurata della singola previsione

**deterministica**

■ Base quantitativa per una previsione **probabilistica**



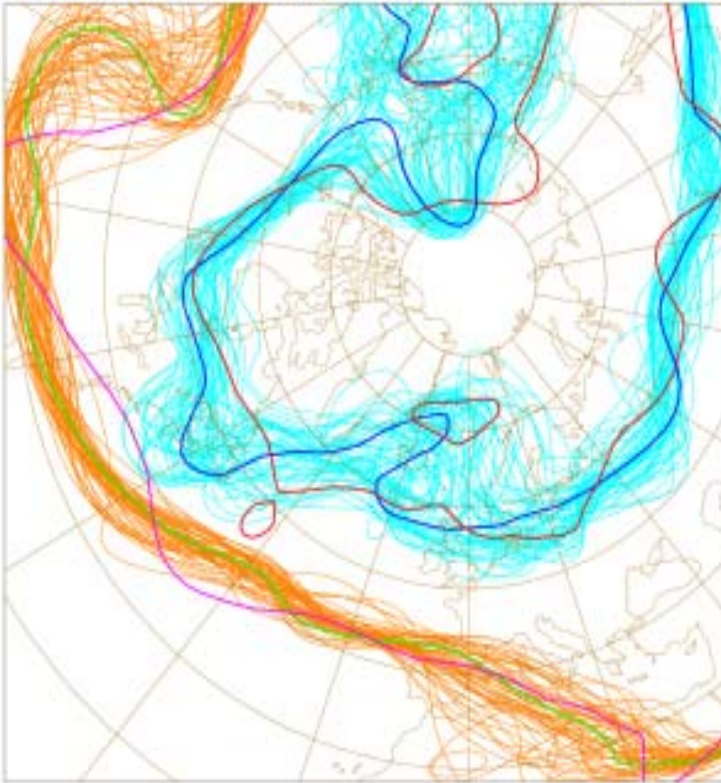




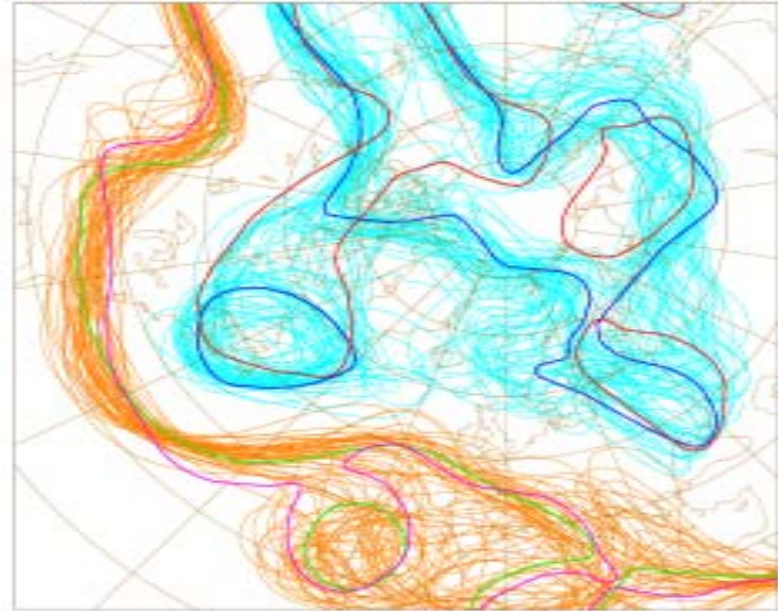
- ✓ Le perturbazioni iniziali devono essere rappresentative dell' *error of the day* e lo spread simile al *forecast error*
- ✓ La mancanza di spread puo' dare al previsore un'ingiustificata confidenza nella previsione (errata)
- ✓ Pero' al momento della verifica fornisce una chiara evidenza di un errore nel sistema di previsione, mentre nel caso deterministico non si puo' sapere se ciò è da imputare al sistema o ad un errore nelle condizioni iniziali

# SPAGHETTI PLOTS

500z d:1997-02-09 12:00:00 fc+120h cl:od exp:1  
AN red/purple - CON blue/green - iso=5200-5700

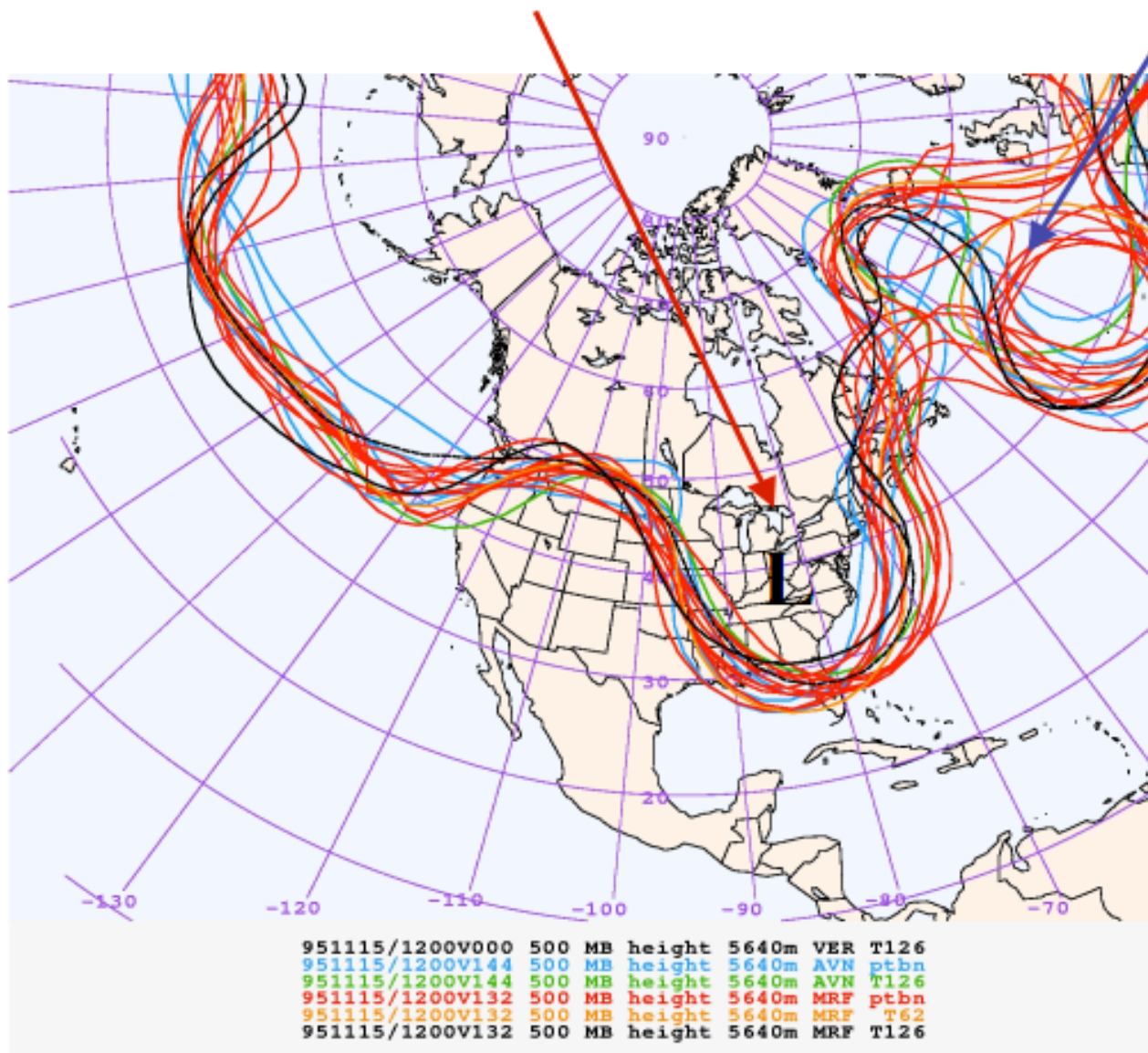


500z d:1997-03-13 12:00:00 fc+120h cl:od exp:1  
AN red/purple - CON blue/green - iso=5200-5700

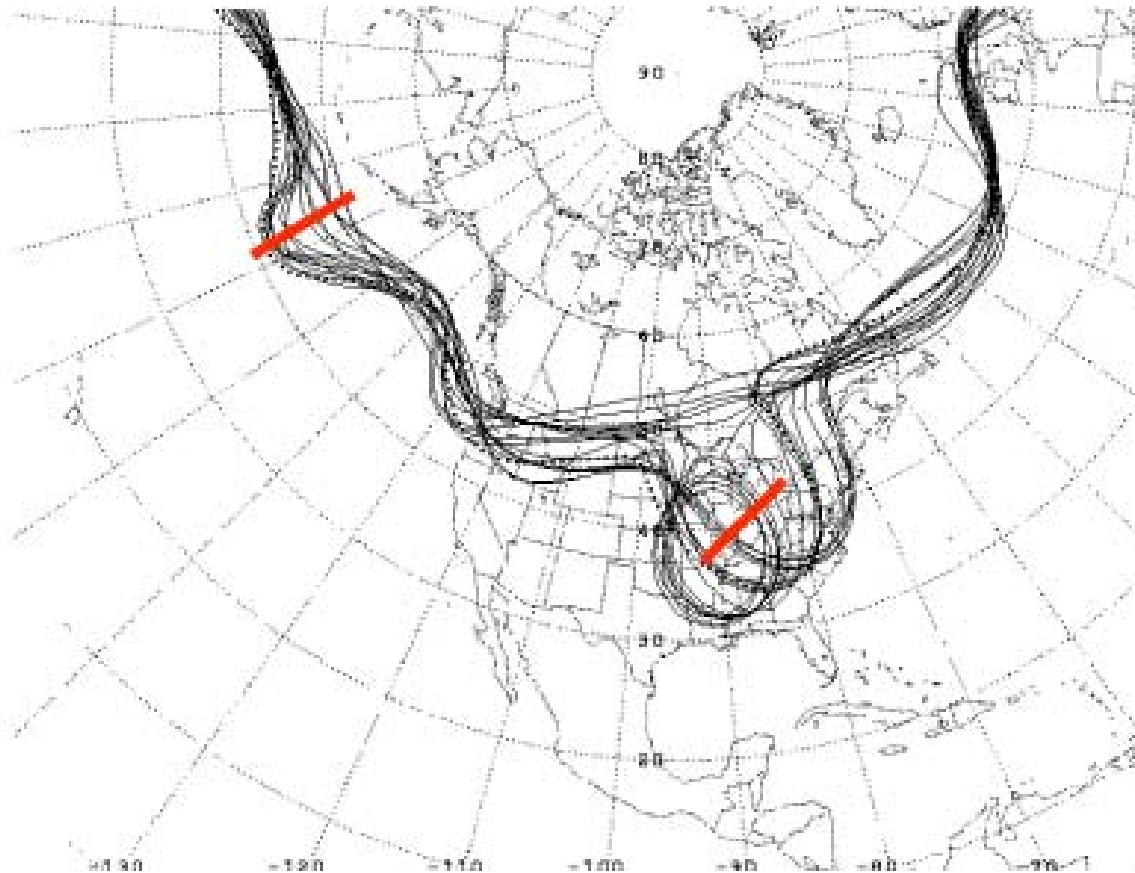


La predicibilità è *flow-dependent*

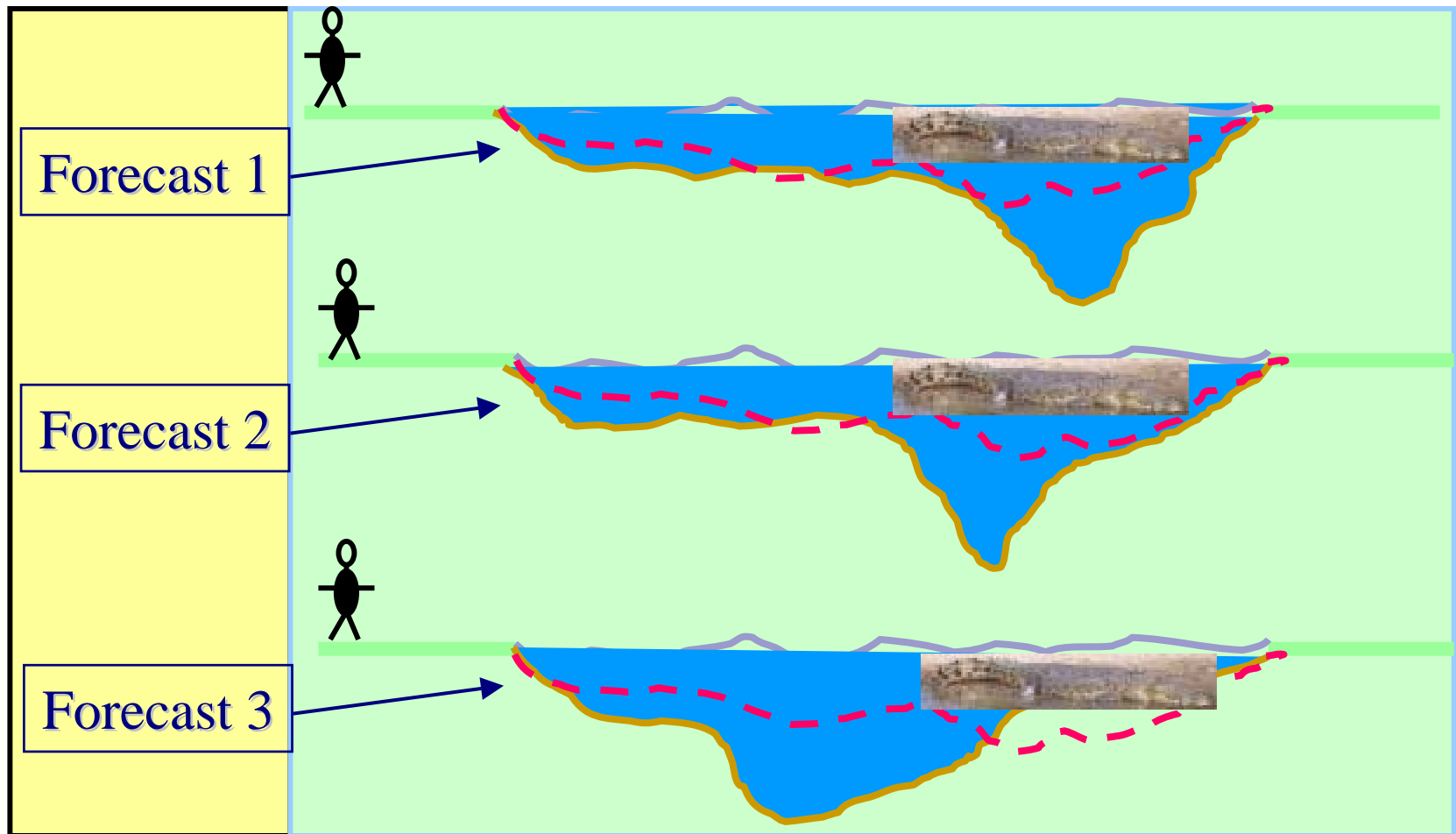
# Esempio di **alta predicibilità** a 6 giorni con *error of the day*



Forti instabilità del background (*error of the day*) tendono ad avere forme simili (le perturbazioni si collocano in un sottospazio di dimensione ridotta)



# LA PARABOLA DEI 3 STATISTICI :



*Ensemble Forecast con 3 membri*

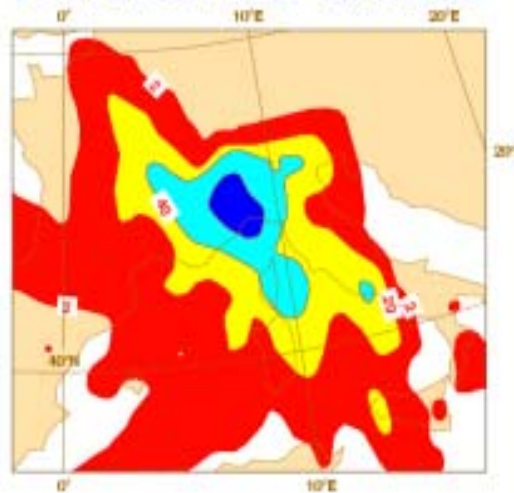
La media è una buona idea ?

# Cosa significa predire l'evoluzione della PDF?

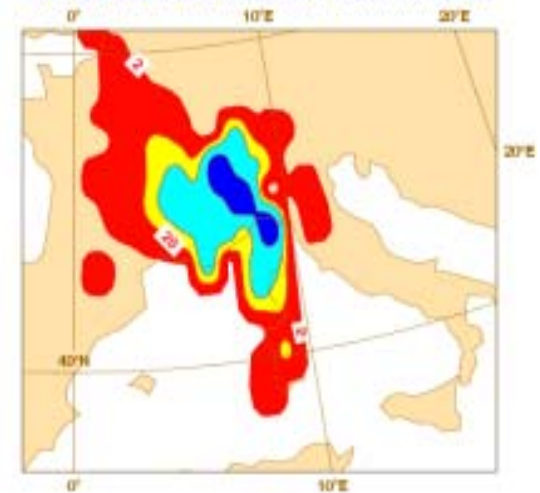
EPS può essere usato per stabilire la probabilità di un evento

Alluvione in Piemonte  
6 Nov 94 (top right)  
EPS control (top left)  
EPS probabilit forecasts  
(bottom panels)

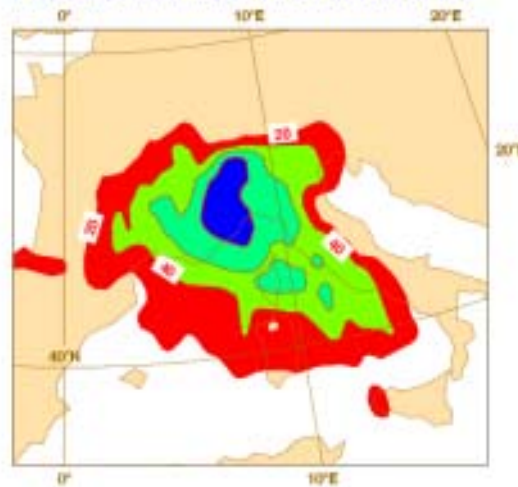
CON FC: 1994-11-01 12h fc t+120



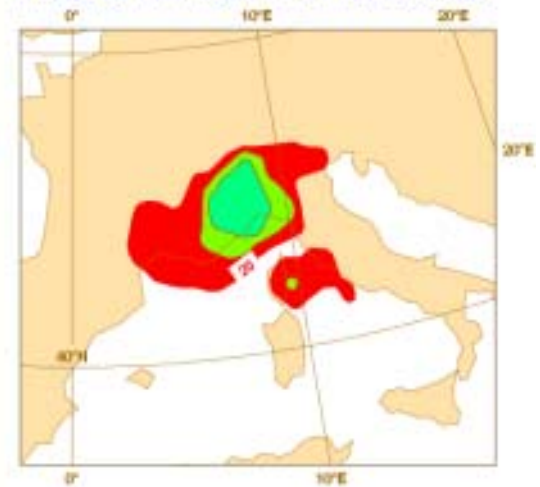
24H OBSERVED PRECIP: 1994-11-05/06



PROB 20 mm: 1994-11-01 12h fc t+120



PROB 40 mm: 1994-11-01 12h fc t+120

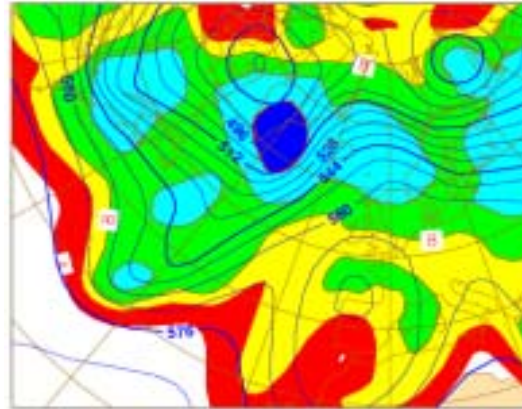


# Cosa significa predire l'evoluzione della PDF?

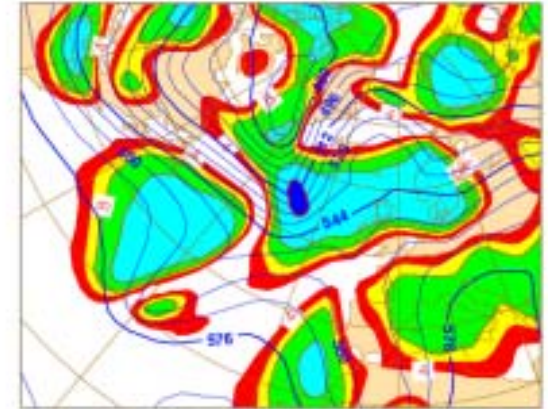
**Lo spread rispetto al controllo può essere usato per identificare aree con errore potenzialmente elevato**

**5-day control forecast + ensemble spread (left)  
verifying analysis and the control error (right)**

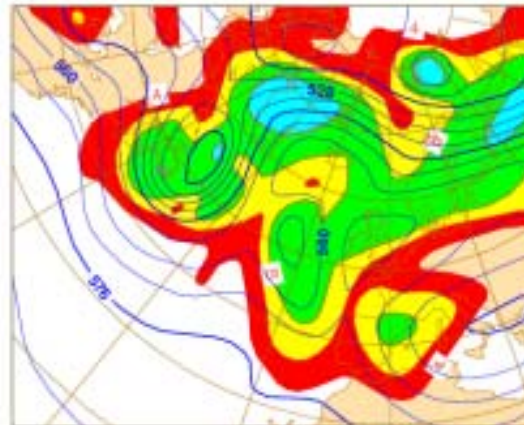
CON+SP - Z500 1997-01-18 12h fc t+120



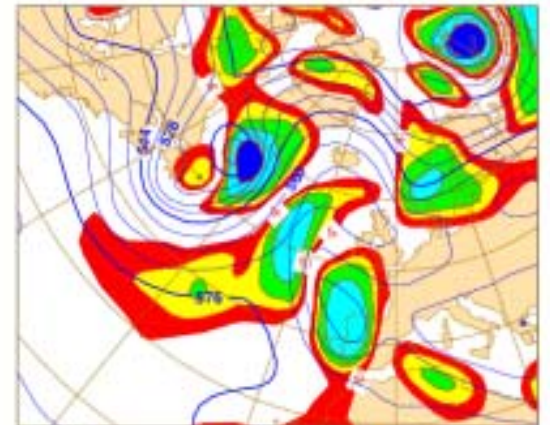
ANA+ERRCON - Z500 1997-01-23 12h fc



CON+SP - Z500 1998-01-18 12h fc t+120



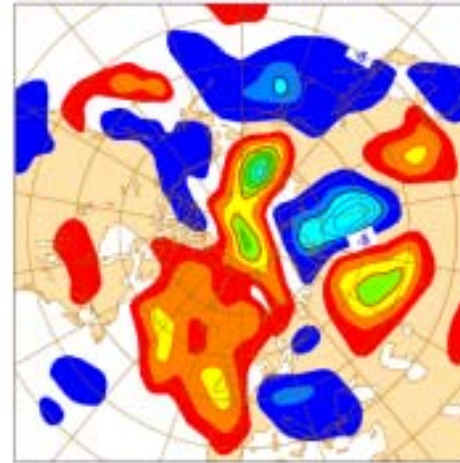
ANA+ERRCON - Z500 1998-01-23 12h fc



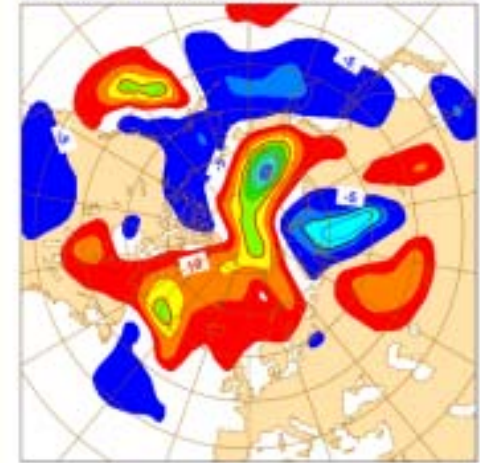
# Cosa possiamo apprendere da un EPS ?

- Qual'è il contributo relativo dell'errore del modello e dell'incertezza iniziale?
- *Richardson (1998)* confronto di 2 modelli (UKMO, ECMWF) con 2 diverse condizioni iniziali (UKMO, ECMWF)
- Il maggiore contributo a UK(UK)-ECMWF(ECMWF) proviene dalle condizioni iniziali

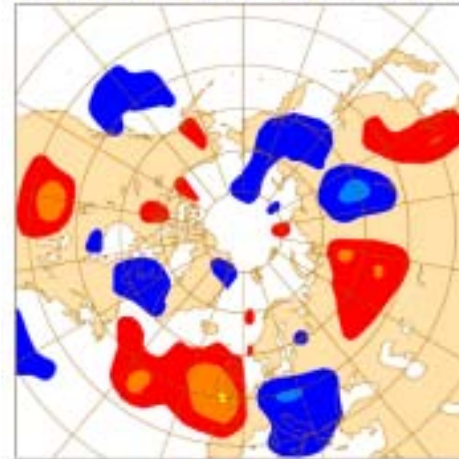
UK(UK)-EC(EC) Z500 1996-12-17 12h t+120



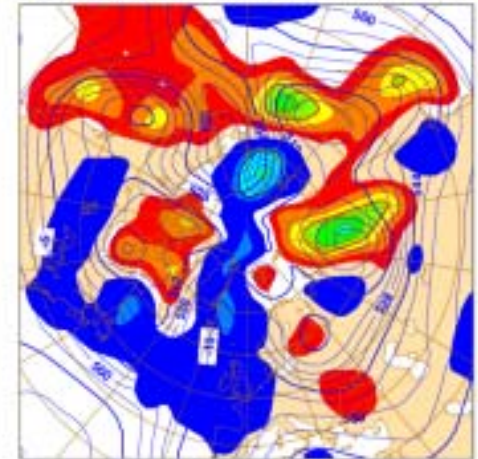
EC(UK)-EC(EC) Z500 1996-12-17 12h t+120



UK(UK)-EC(UK) Z500 1996-12-17 12h t+120

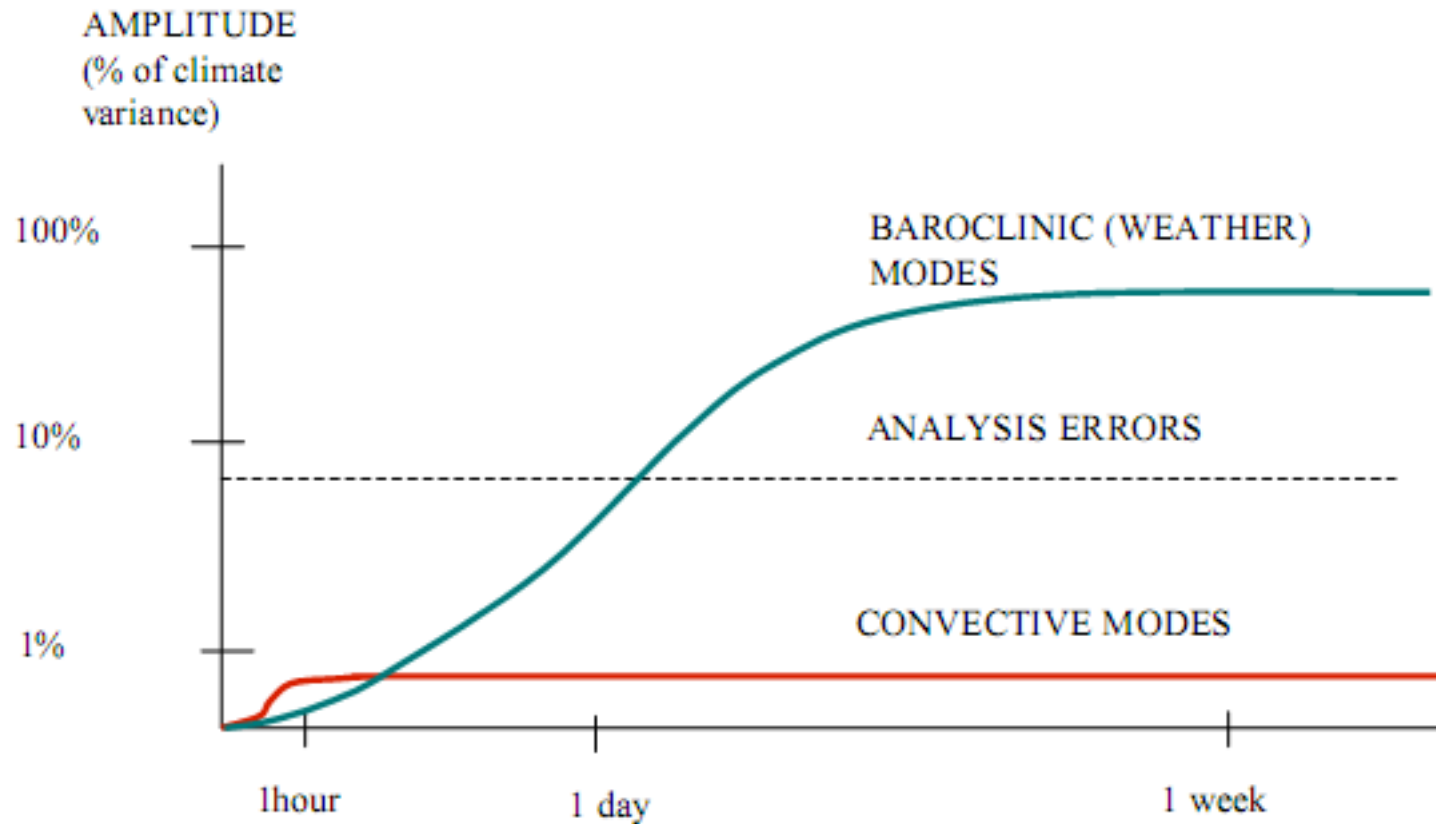


EC(EC)-ANA Z500 1996-12-17 12h t+120





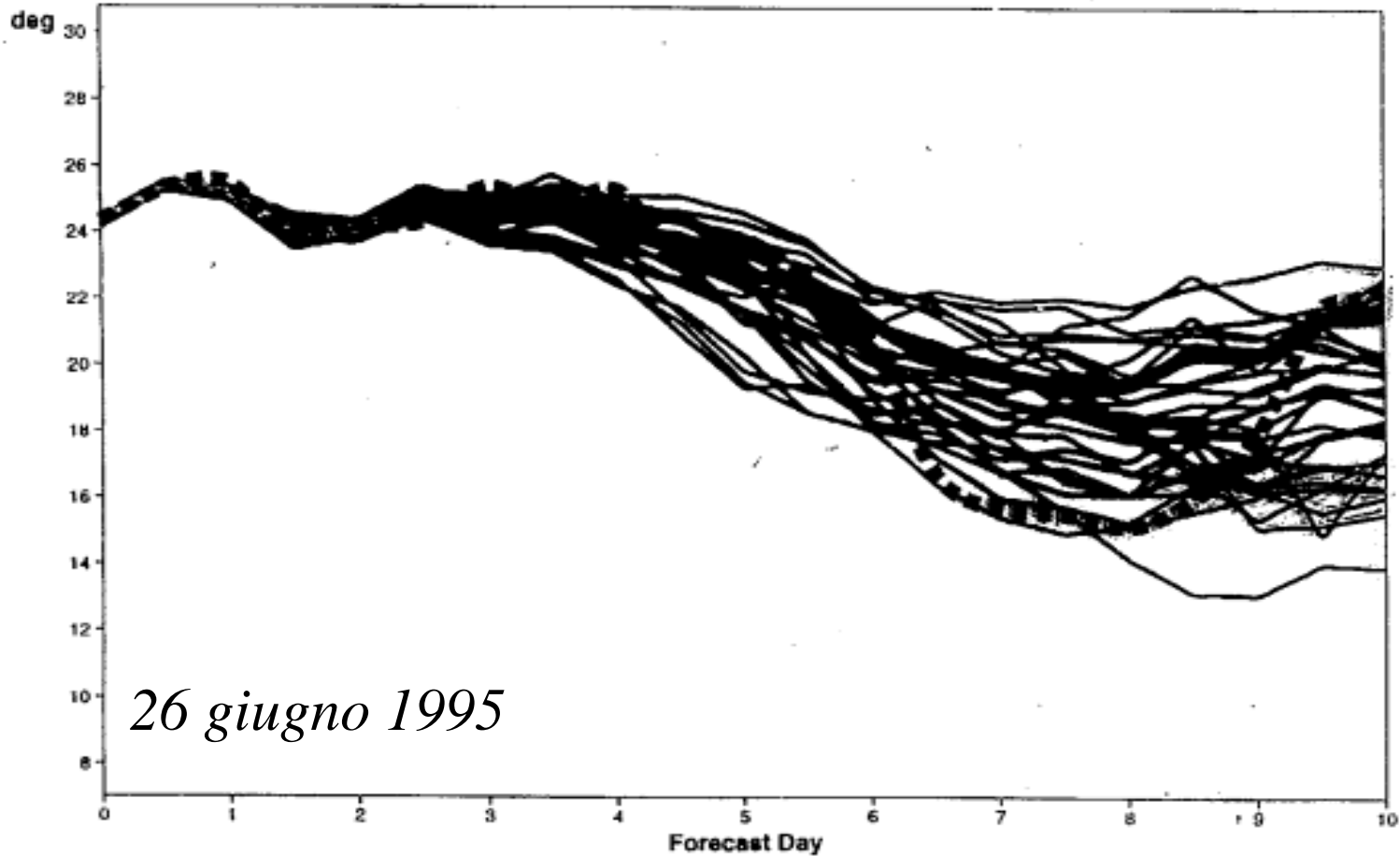
# PREDICIBILITA' E RISOLUZIONE



# ENSEMBLE PREDICTION SYSTEM

ECMWF ENSEMBLE FORECAST - AIR TEMPERATURE  
DATE: 950626 London LAT: 51.5 LONG: 0

Control ■ ■ ■ Analysis — Ensemble

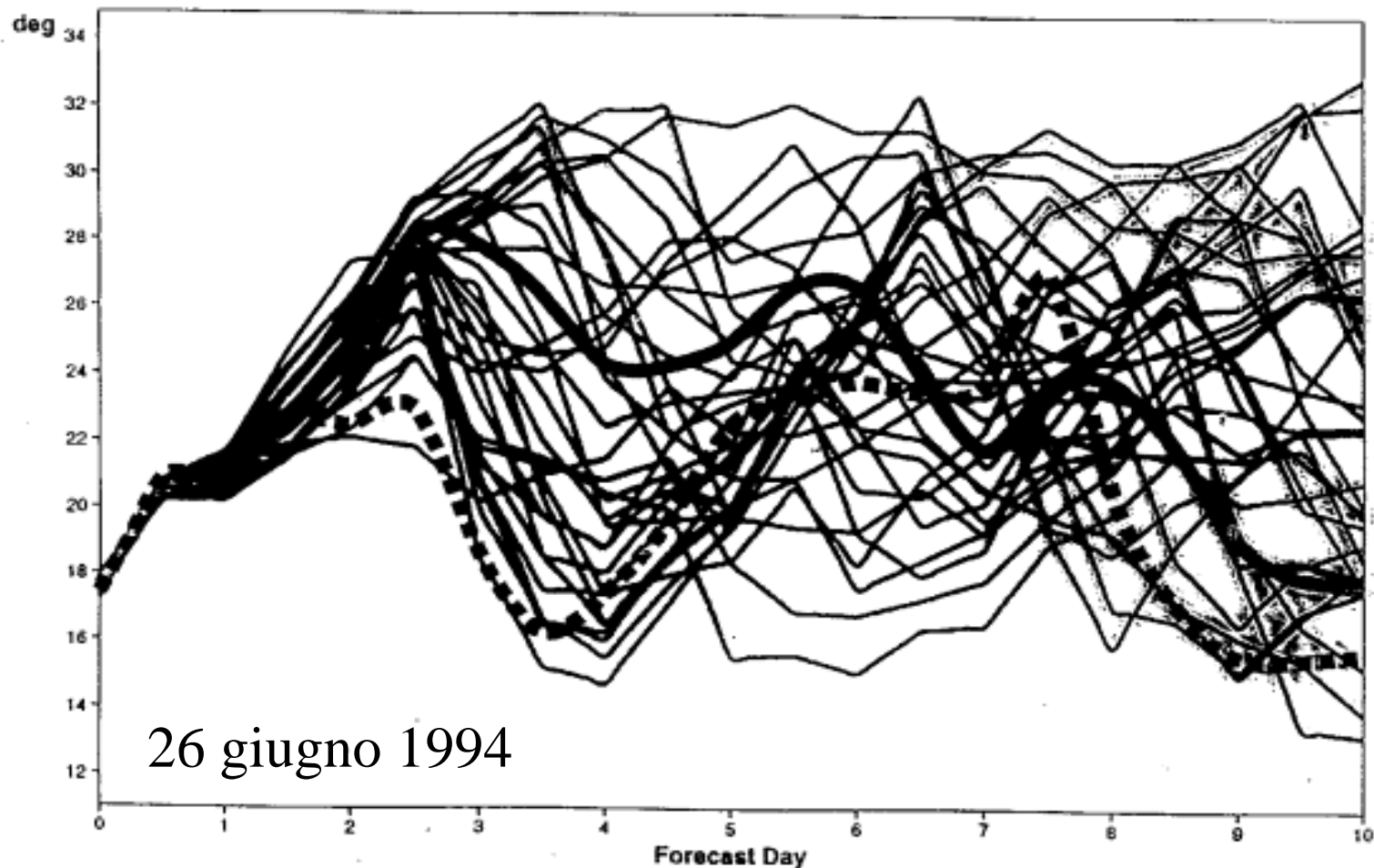


Previsione della temperatura su LONDRA

# ENSEMBLE PREDICTION SYSTEM

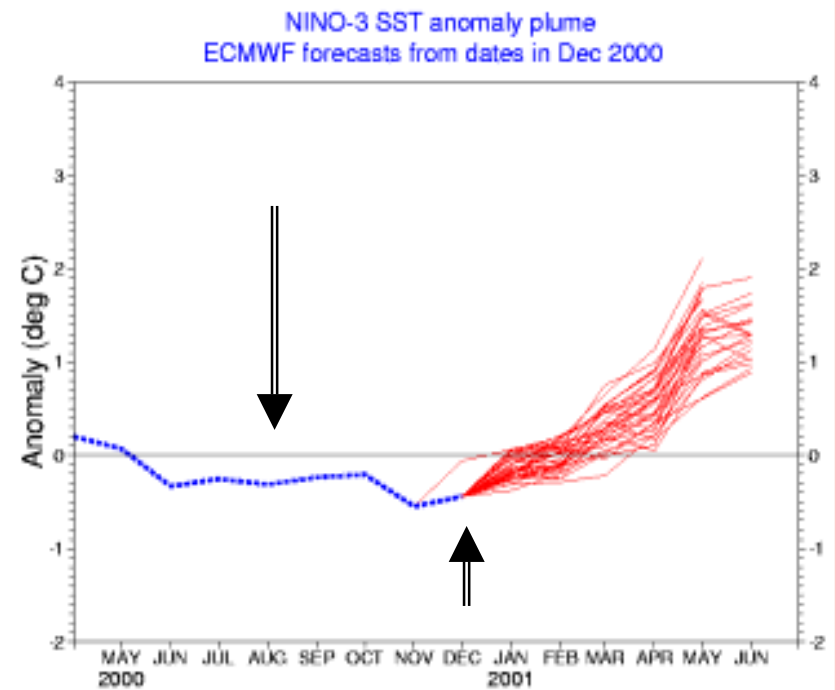
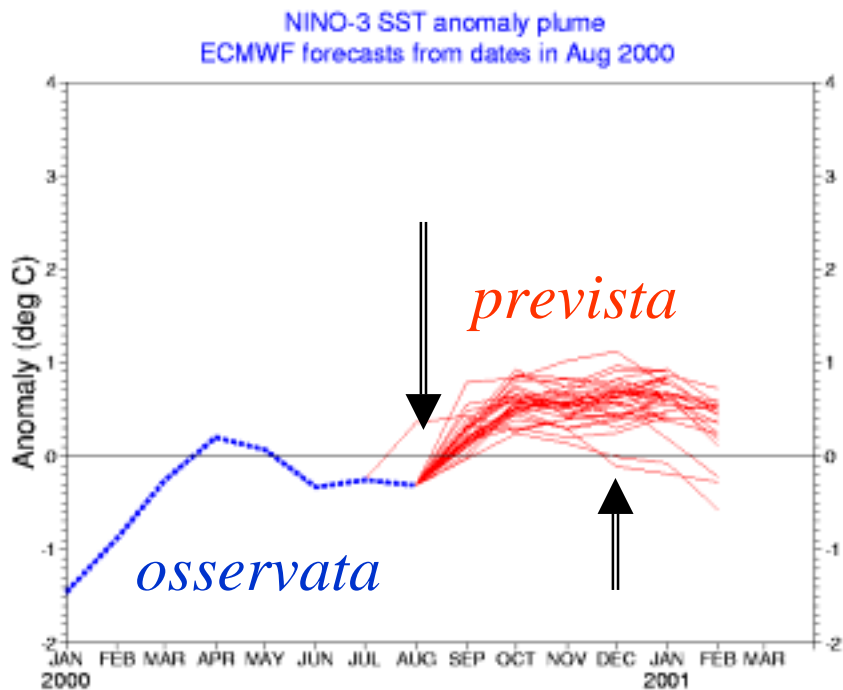
ECMWF ENSEMBLE FORECAST - AIR TEMPERATURE  
DATE: 940626 London LAT: 51.5 LONG: 0

Control Analysis Ensemble



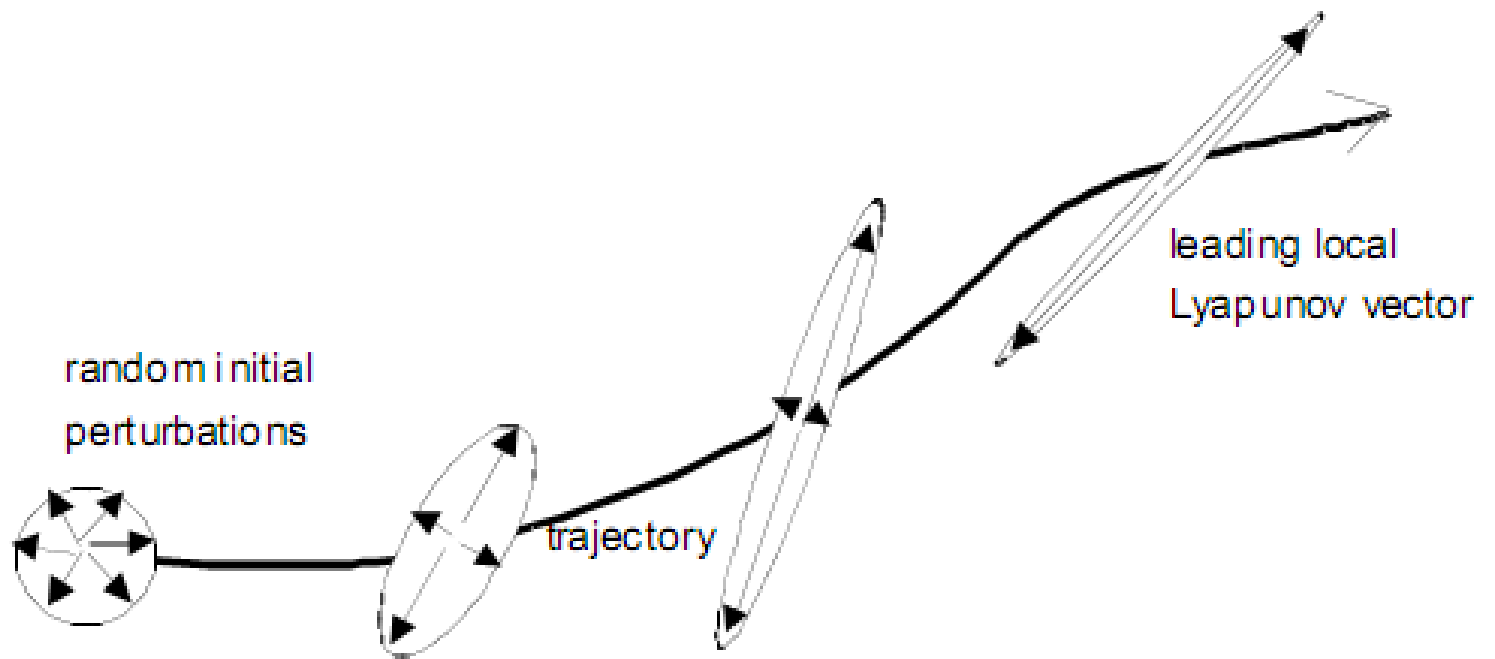
26 giugno 1994

Previsione delle temperatura su LONDRA



- Previsione stagionale della temperatura dell'Oceano Pacifico





Definition of the system instabilities: normal modes  
Consider an N-dimensional autonomous system:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = A(y)$$

The method most commonly applied to study the stability of a solution  $z$  of the system equations is based on normal modes, whereby small disturbances are resolved into modes which may be treated separately because each of them satisfies the system equations. The system equations are linearized around the constant solution  $z$ :

$$\frac{\partial y}{\partial t} = A_l(z)y \quad A_l(z) = \left. \frac{\partial A(z)}{\partial z} \right|_z$$

A normal mode is a solution of the linearized equations of the form:

$$y(x,t) = f(x)e^{\lambda t}$$

Singular vector definition: the linear equations

**Consider an N-dimensional autonomous system:**

$$\frac{\partial y}{\partial t} = A(y)$$

**Denote by  $z'$  a small perturbation around a time-evolving trajectory  $z$ :**

$$\frac{\partial z'}{\partial t} = A_l(z)z' \qquad A_l(z) = \left. \frac{\partial A(z)}{\partial z} \right|_z$$
$$\frac{\partial z}{\partial t} = A(z)$$

**The time evolution of the small perturbation  $z'$  is described to a good degree of approximation by the linearized system  $A_l(z)$  defined by the trajectory. Note that the trajectory is not constant in time.**



Singular vector definition: the linear propagator

**The perturbation  $z'$  at time  $t$  is given by the time integration from the initial state  $z'(t=0)$  of the linear system:**

$$z'(t) = z'_0 + \int_0^t A_\tau(z) d\tau$$

$$z'(t) = L(t,0)z'_0$$

**The solution can be written in terms of the linear propagator  $L(t,0)$ :**

$$\|z'(t)\|^2 = \langle z'(t); Ez'(t) \rangle = \langle L(t,0)z'_0; EL(t,0)z'_0 \rangle$$

**The linear propagator is defined by the system equations and depends on the trajectory characteristics. The E-norm of the perturbation at time  $t$  is given by:**

Singular vector definition: the adjoint operator

**Given any two vectors  $x$  and  $y$ , the adjoint operator  $L^*$  of the linear operator  $L$  with respect to the Euclidean norm  $\langle \dots, \dots \rangle$  is the operator that satisfies the following property:**

$$\langle L^* x; y \rangle = \langle x; Ly \rangle$$

**Using the adjoint operator  $L^*$  the time-t E-norm of  $z'$  can be written as:**

$$\|z'(t)\|^2 = \langle Lz'_0; ELz'_0 \rangle = \langle z'_0; L^* ELz'_0 \rangle$$

# Singular vector definition: the problem

The problem of the computation of the directions of maximum growth can be stated as ‘finding the directions in the phase-space of the system characterized by the maximum ratio between the time- $t$  and the initial norms’. Formally, this problem reduces to an eigenvector problem:

$$\max_{x_0 \in \Sigma} \frac{\|x(t)\|_E^2}{\|x_0\|_E^2} = \max_{x_0 \in \Sigma} \frac{\langle x_0; L^* E L x_0 \rangle}{\langle x_0; E x_0 \rangle}$$
$$\max_{x_0 \in \Sigma} \frac{\|x(t)\|_E^2}{\|x_0\|_{E_0}^2} = \max_{x_0 \in \Sigma} \frac{\langle x_0; L^* E L x_0 \rangle}{\langle x_0; E_0 x_0 \rangle}$$

The problem can be generalized by using two different norms at initial and final time:

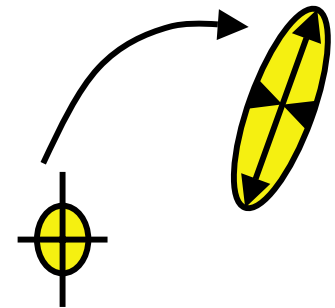
Singular vector definition: the eigenvalue problem

Apply the following coordinate transformation:

$$y = E_0^{1/2} x$$

Then the generalized problem reduces to:

$$\max_{x_0} \frac{\|x(t)\|_E^2}{\|x_0\|_{E_0}^2} = \max_{y_0} \frac{\langle y_0; E_0^{-1/2} L^* E L E_0^{-1/2} y_0 \rangle}{\langle y_0; y_0 \rangle}$$



$$E_0^{-1/2} L^* E L E_0^{-1/2} v = \sigma^2 v$$

The directions of maximum growth are defined by the following eigenvalue problem: